RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 21 *luglio* 1907.

Geodesia. — *Terza campagna gravimetrica in Sicilia nel 1905.* Nota del Corrispondente A. Venturi.

Per gli accordi già stabiliti fra la R. Commissione Geodetica italiana, e l'Istituto di Geodesia della R. Università di Palermo, e col fondo annuale stanziato liberalmente allo scopo dalla Commissione medesima, venivano nel 1905 da me, coll'assistenza del dott. Mineo, eseguiti il collegamento gravimetrico di Palermo con Padova, e la terza campagna di determinazioni di gravità relativa sulla costa Sud di Sicilia. Della prima operazione fu dato ampio ragguaglio in questi Rendiconti (1): ora mi accingo a dare il rapporto dimostrativo delle operazioni compiute nell'agosto 1905, analogamente a quanto fu fatto pei lavori del 1899 e 1904 (2).

I metodi tenuti e gli strumenti adoperati in questa campagna di cui riferisco, furono, anche per ragioni di omogeneità, i medesimi di quelli usati nelle altre determinazioni: perciò mi limito a rinviare in proposito alle pubblicazioni or ora, in nota, citate.

Le stazioni furono sette: le due fondamentali consuete nell'Istituto geodetico alla Martorana, prima e dopo il viaggio: poi, Mazzara, Sciacca, Girgenti, Licata, Terranova, Vittoria, tutte lungo la costa meridionale dell'isola, sino allora inesplorata.

(1) Classe di sc. fis. mat. e naturali. Vol. XV, fasc. 11. Seduta del 2 dicembre 1906.

(2) Atti della R. Accademia di Palermo. Vol. IV, ser. III, 1901. Rendiconti Lincei, anno 1905, vol. XIV.

Pel tempo, come sempre, si facevano ogni sera due determinazioni distinte, il più delle volte con due metodi diversi, e usando sempre le stesse stelle. Gli andamenti orarî venivano determinati, quindi, in doppio modo: e ognuno dei due andamenti veniva naturalmente dedotto dai dati ottenuti da un solo e medesimo metodo astronomico. Quando era possibile, il tempo veniva determinato direttamente sul pendolo siderale Hawelk, animatore dell'apparato delle coincidenze; altrimenti, veniva preso sopra l'ottimo cronometro Weichert, n.° 3603 regolato sul tempo medio; ed esso veniva confrontato più volte coll'Hawelk, prima e dopo le operazioni astronomiche.

I termometri Woytacĕch a lungo bulbo vennero nuovamente campionati dal ch.mo prof. Macaluso, cui rendo vive grazie: il barometro aneroide Newton era stato studiato coll'aiuto del campione Fortin dell' Istituto di Geodesia.

Le sedi delle varie stazioni furono: per Mazzara, il R. Ginnasio: per Sciacca, il locale delle Scuole elementari Fazzello: per Girgenti, il Gabinetto di Fisica del R. Istituto tecnico: per Licata, una casa privata del sig. Mangione: per Terranova, una cantina del cav. Moscato, e per Vittoria, le Scuole elementari, dette dell' Oratorio di S. Giuseppe. Tutti detti locali terreni, sono a pareti robustissime poco influenzati dai cambiamenti esterni di temperatura.

Esprimo i miei ringraziamenti ai signori proff. Sansone, direttore del Ginnasio e ing. Impeduglia di Mazzara; agli ing.i Scaturro e Ciaccio di Sciacca; al cav. Lancetta, prof. di Fisica nel R. Istituto tecnico di Girgenti; ai sigg.i Mangione di Licata, e cav. Moscato di Terranova; al Sindaco di Vittoria, cav. Giudice, e alla nob. famiglia Pancari della stessa città: tutti mi furono larghi di aiuti e di interessamento.

Il dott. Mineo, assistente dell' Istituto geodetico, mi fu di valido aiuto nella campagna e nei calcoli successivi: del che gli rendo pubblica testimonianza con grato animo.

Soprattutto poi, segnalo la benemerenza della Commissione Geodetica italiana e del suo Presidente l' illustre prof. Celoria, che resero possibili questi studî.

***

Per ciascuna stazione, nei quadri che seguono, si trovano registrati dapprima gli elementi che ne fissano la posizione, le longitudini essendo contate da Monte Mario presso Roma. Seguono i dati relativi all'andamento orario del pendolo Hawelk, secondo i due metodi di determinazione. Infine, compariscono i dati di osservazioni delle misure gravimetriche propriamente dette: durata di una coincidenza, nella colonna intestata colla lettera c; temperatura, intestata con t; pressione atmosferica, ridotta a 0°, intestata con b; durata dell'oscillazione di ciascuno dei pendoli, 116, 117, 118, 119 corretta per la temperatura, per la densità dell'aria per l'andamento del pendolo, e

per la riduzione all'arco infinitesimo. Tal colonna è intestata con *s*. Al piede di ciascuna tavola vi sono le durate medie di oscillazione di ciascun pendolo, che debbono poi compensarsi, secondo l'altra mia Memoria (1) che tratta di tale argomento. Rinvio ai resoconti citati poc'anzi, quanto agli altri dettagli delle operazioni, e circa alla determinazione dell'altitudine delle stazioni.

Quanto alle osservazioni fatte a Palermo nell'Istituto geodetico, al principio e alla fine della presente campagna, essendo state pubblicate in altro resoconto (2), mi limito a riportare i valori risultanti delle oscillazioni dei quattro pendoli, insieme agli elementi per la compensazione:

Osservazioni gravimetriche a Palermo, 1905.

116	117	118	119
s 0,5062952	s 0,5070015	s 0,5072119	s 0,5071840

Elementi per la compensazione

$$w_1 = +13 \qquad w_2 = -3 \qquad w_3 = +1 .$$

(1) Venturi, *Sulla compensazione dei risultati nelle misure di gravità relativa.* Nuovo Cimento 1900.

(2) Rendiconti Acc. Lincei. Classe di Scienze fis. mat. e nat. Vol. XV, fasc. 11.

2. Stazione a Mazzara.

Latitudine = 37°.39'.00" Longitudine = — 0°.8'.00" da M. Mario.

Altitudine della Stazione = $13^{m}.50$.

Densità del suolo . . . . = 2,2.

Stati di Hawelk ed andamenti orarî, 1905.

Data siderale	Determinazione A		Data siderale	Determinazione B		And. or. medio
	Stato assoluto	And. or.		Stato assoluto	And. or.	
Agosto	h m s	s	Agosto	h m s	s	s
2,337	+ 6.54.03,46		2,337	+ 6.54.03,76		
		— 0,920			— 0,906	— 0,913
3,328	53.41,58		3,328	53.42,23		
		— 0,918			— 0,924	— 0,921
4,340	53.19,27		4,340	53.19,78		

Error medio dell'andamento orario medio definitivo: ± $0^{s},0026$.

Osservazioni gravimetriche.

Data civile	Pend.	*c*	*t*	*b*	*s*	Data civile	Pend.	*c*	*t*	*b*	*s*
Agosto		s	°	mm	s	Agosto		s	°	mm	
3,368	116	38,2257	26,66	759,90	0,5063139	4,371	116	38,2253	26,50	759,80	0,5063144
3,402	117	34,5952	26,89	—	70183	4,404	117	34,5608	26,90	—	70260
3,431	118	33,6473	26,92	—	72279	4,435	118	33,6248	26,95	—	72330
3,460	119	33,7324	27,15	60,10	72074	4,463	119	33,7448	27,17	59,90	72046
3,629	119	33,7593	27,18	59,70	72012	4,630	119	33,7717	27,20	59,50	71984
3,660	118	33,6026	27,57	—	72349	4,659	118	33,6423	27,52	—	72261
3,688	117	34,5528	27,67	—	70236	4,685	117	34,5560	27,54	—	70237
3,716	116	38,1617	27,72	59,10	63197	4,713	116	38,2285	27,65	59,60	63086

Riepilogo.

116	117	118	119
s	s	s	s
0,5063142	0,5070229	0,5072305	0,5072031

3. Stazione a Sciacca.

Latitudine = 37°.30′.18″ Longitudine = — 0°.37′.45″ da M. Mario.

Altitudine della stazione = 83^{m}.35.

Densità del suolo . . . . = 2,5.

Stati di Hawelk ed andamenti orarî, 1905.

Data siderale	Determinazione A		Data siderale	Determimazione B		And. or. medio
	Stato assoluto	And. or.		Stato assoluto	And. or.	
Agosto	h m s	s	Agosto	h m s	s	s
6,7846	+ 14.31.58,06		6,8025	+ 14.31.57,72		
		— 0,039			— 0,029	— 0,034
7.7721	57,15		7,7900	57,03		
		— 0,078			— 0,083	— 0,080
8,7792	55,27		8,7908	55,04		

Error medio dell'andamento orario medio definitivo: ± 0^{s},0028.

Osservazioni gravimetriche.

Data civile	Pend.	*c*	*t*	*b*	*s*	Data civile	Pend.	*c*	*t*	*b*	*s*
Agosto		s	o	mm	s	Agosto		s	o	mm	s
7,389	119	34,2657	27,80	756,95	0,5072102	8,382	119	34,2465	27,18	756,65	0,5072110
7,422	118	34,1465	27,89	—	72359	8,412	118	34,1258	27,33	—	72370
7,451	117	35,1207	27,96	—	70266	8,440	117	35,1035	27,38	—	70265
7,479	116	38,8800	28,01	56,60	63192	8,468	116	38,8615	27,49	56,70	63181
7,636	116	38,8840	28,08	55,75	63182	8,636	116	38,8553	28,35	56,45	63152
7,668	117	35,1234	28,18	—	70250	8,673	117	35,0845	28,66	—	70243
7,697	118	34,1415	28,16	—	72405	8,702	118	34,1083	28,82	—	72335
7,725	119	34,2642	28,10	55,85	72087	8,730	119	34,2380	28,73	56,15	72053

Riepilogo.

116	117	118	119
s	s	s	s
0,5063177	0,5070256	0,5072367	0,5072088

4. Stazione a Girgenti.

Latitudine = 37°.18′.34″. Longitudine = — 1°.07′.41″ da M. Mario.

Altitudine della stazione = 296^{m}.85

Densità del suolo . . . . = 2,4.

Stati di Hawelk ed andamenti orari, 1905.

Data siderale	Determinazione A		Data siderale	Determinazione B		And. or. medio
	Stato assoluto	And. or.		Stato assoluto	And. or.	
Agosto	h m s	s	Agosto	h m s	s	s
10,8573	+13.05.59,43		10,8573	+13.05.59,02		
		+0,145			+0,144	+0,144
11,8324	06.02,82		11,8324	06.02,38		
		+0,137			+0,132	+0,135
12,8303	06.06,10		12,8303	06.05,55		

Error medio dell'andamento orario medio definitivo: ± 0^{s},0020.

Osservazioni gravimetriche.

Data civile	Pend.	c	t	b	s	Data civile	Pend.	c	t	b	s
Agosto		s	°	mm	s	Agosto		s	°	mm	s
11,384	116	38,8542	26,35	739,90	0,5063573	12,379	116	38,8447	26,52	740,00	0,5063555
11,417	117	35,0992	26,57	—	70639	12,407	117	35,0908	26,69	—	70635
11,452	118	34,1252	26,64	—	72728	12,437	118	34,4633	26,82	—	72725
11,481	119	34,2455	26,67	39,10	72461	12,466	119	34,2398	26,92	40,05	72448
11,624	119	34,2502	26,74	39,60	72447	12,634	119	34,2383	27,04	39,60	72445
11,653	118	34,1216	26,93	—	72720	12,663	118	34,1103	27,16	—	72720
11,682	117	35,0957	27,10	—	70619	12,692	117	35,0833	27,30	—	70622
11,712	116	38,8492	27,11	39,10	6354_6	12,721	116	38,8333	27,38	39,00	63544

Riepilogo.

116	117	118	119
s	s	s	s
0,5063554	0,5070629	0,5072723	0,5072450

5. Stazione a Licata.

Latitudine = 37°.06′.03″. Longitudine = — 1°.29′.10″ da M. Mario

Altitudine della stazione = $20^{m}.86$.

Densità del suolo . . . . = 2,1.

Stati di Hawelk ed andamenti orarî, 1905.

Data siderale	Determinazione A		Data siderale	Determinazione B		And. or. medio
	Stato assoluto	And. or.		Stato assoluto	And. or.	
Agosto	h m s		Agosto	h m s		
16,8702	+ 7.57.09,12		16,8702	+ 7.57.09,58		
17,	—	+ 0,258	17,	—	+ 0,254	+ 0,256
18,8649	21,48	—	18,8649	21,76		

Error medio dell'andamento orario medio definitivo: ± 0s,0028.

Osservazioni gravimetriche.

Data civile	Pend.	*c*	*t*	*b*	*s*	Data civile	Pend.	*c*	*t*	*b*	*s*
Agosto		s	°	mm	s	Agosto		s	°	mm	s
17,371	116	39,0687	26,08	763,40	0,5063369	18,374	116	39,0748	26,92	761,80	0,5063354
17,404	117	35,2773	26,28	—	70425	18,405	117	35,2777	26,99	—	70391
17,434	118	34,2875	26,45	—	72521	18,438	118	34,2873	27,10	—	72491
17,462	119	34,4098	26,60	63,10	72256	18,467	119	34,4133	27,12	61,20	72218
17,631	119	34,4154	27,05	62,90	72213	18,690	119	34,4186	27,37	59,10	72194
17,661	118	34,2791	27,28	—	72500	18,722	118	34,2794	27,57	—	72488
17,691	117	35,2603	27,43	—	70402	18,751	117	35,2652	27,44	—	70397
17,722	116	39,0537	27,50	61,70	63322	18,780	116	39,0647	27,28	58,90	63384

Riepilogo.

116	117	118	118
s	s	s	s
0,5063356	0,5070404	0,5072500	0,5072240

6. Stazione a Vittoria.

Latitudine = 36°.56′.53″. Longitudine = — 2°.05′.05″ da M. Mario

Altitudine della stazione = 175^{m}.20.

Densità del suolo . . . . = 2,4.

Stati di Hawelk ed andamenti orarî, 1905.

Data siderale	Determinazione A		Data siderale	Determinazione B		And. or. medio
	Stato assoluto	And. or.		Stato assoluto	And. or.	
Agosto	h m s	s	Agosto	h m s	s	s
20,9167	+ 14.49.52,32	— 0,226	20,9167	+ 14.49.52,17	— 0,230	— 0,228
21,8642	47,19	— 0,230	21,8642	46,82	— 0,225	— 0,227
22,8692	41,63		22,8692	41,38		

Error medio dell'andamento orario medio definitivo: ± 0^{s},0025.

Osservazioni gravimetriche.

Data civile	Pend.	*c*	*t*	*b*	*s*	Data civile	Pend.	*c*	*t*	*b*	*s*
Agosto		s	o	mm	s	Agosto		s	o	mm	s
21,383	116	38,8016	24,66	748,00	0,5063217	22,375	116	38,7997	24,33	747,80	0,5063236
21,418	117	35,0515	24,84	—	70293	22,408	117	35,0550	24,53	—	70303
21,449	118	34,0758	24,92	—	72391	22,442	118	34,0777	24,82	—	72390
21,478	119	34,2030	25,06	48,00	72103	22,471	119	34,2018	24,88	47,90	72115
21,625	119	34,2063	25,13	47,90	72093	22,638	119	34,2075	25,72	47,90	72060
21,655	118	34,0733	25,34	—	72376	22,667	118	34,0692	25,80	—	72362
21,684	117	35,0467	25,55	—	70267	22,696	117	35,0448	25,77	—	70261
21,713	116	38,7920	25,49	47,80	63192	22,725	116	38,7843	25,78	48,00	63190

Riepilogo.

116	117	118	119
s	s	s	s
0,5063209	0,5070281	0,5072380	0,5072093

7. Stazione a Terranova.

Latitudine = 37°.03′.53″. Longitudine = — 1°.47′.49″ da M. Mario

Altitudine della stazione = $35^{m}.87$.

Densità del suolo . . . . = 2,4.

Stati di Hawelk ed andamenti orarî, 1905.

Data siderale	Determinazione A		Data siderale	Determinazione B		And. or. medio
	Stato assoluto	And. or.		Stato assoluto	And. or.	
Agosto	h m s	s	Agosto	h m s	s	s
23,8989	+11.12.41,99		23,8989	+11.12.41,80		
		+0,344			+0,338	+0,341
24,7125	48,70		24,7125	48,40		
		+0,360			+0,360	+0,360
25,7217	57,42		25,7217	57,13		

Error medio dell'andamento orario medio definitivo: ± 0^{s},0026.

Osservazioni gravimetriche.

Data civile	Pend.	c	t	b	s	Data civile	Pend.	c	t	b	s
Agosto		s	°	mm	s	Agosto		s	°	mm	s
24,386	116	39,2243	24,47	758,80	0,5063302	25,388	116	39,2424	24,27	759,10	0,5063311
24,418	117	35,4048	24,63	—	70361	25,420	117	35,4183	24,58	—	70362
24,447	118	34,4102	24,83	—	72453	25,451	118	34,4291	24,80	—	72439
24,478	119	34,5351	25,14	58,90	72165	25,480	119	34,5547	24,93	59,30	72162
24,658	119	34,5432	25,72	58,30	72119	25,636	119	34,5528	25,70	59,10	72127
24,688	118	34,4077	25,96	—	72401	25,665	118	34,4110	25,95	—	72421
24,717	117	35,3960	25,91	—	70316	25,694	117	35,3968	25,94	—	70340
24,747	116	39,2185	25,88	58,00	63242	25,723	116	39,2172	25,93	58,10	63270

Riepilogo.

116	117	118	119
s	s	s	s
0,5063281	0,5070347	0,5072428	0,5072143

Compensazione delle durate di oscillazione.

Per compensare le durate di oscillazioni determinate in tutta la campagna 1905, usai, come le altre volte, il metodo rigoroso da me proposto sin dal 1900 (1). Rimandando alla Memoria in nota citata, mi limito a riportare gli elementi del calcolo, eseguito dal dott. Mineo.

Residui d'osservazione.

i	w_i	i	w_i	i	w_i	i	w_i	i	w_i	i	w_i
1	+ 13,0	4	− 4,2	7	− 2,9	10	− 14,1	13	+ 13,0	16	− 4,0
2	− 3,1	5	+ 14,1	8	− 11,0	11	− 12,0	14	+ 14,0	17	− 13,0
3	+ 1,0	6	+ 11,0	9	− 8,0	12	− 6,0	15	− 1,1	18	− 11,0

che sono, come tutti i dati che seguono, espressi in unità della 7ª decimale.

La tavola che segue dà le ausiliarie $w_{r,s}$ (l. c. pag. 9): le linee si riferiscono ai primi indici, le colonne ai secondi.

Valori delle $w_{r,s}$.

	1		2		3		4		5		6
1	+ 13,0	1	+ 2,5	1	− 1,3	1	− 15,0	1	+ 1,0	1	− 3,2
2	− 3,1	2	+ 12,5	2	− 2,7	2	− 14,0	2	+ 2,8	2	− 10,7
3	+ 1,0	3	+ 11,5	3	− 0,3	3	− 6,2	3	− 5,9	3	− 15,9

Da queste si dedussero le risolventi v, V (l. c. pag. 9-11) da cui dipendono le correzioni delle oscillazioni.

Valori delle v_i, V_i.

i	v_i	V_i	i	v_i	V_i	i	v_i	V_i
1	+ 13,0	+ 7,5	7	− 1,3	− 14,4	13	+ 1,0	− 1,7
2	− 9,5	− 7,4	8	− 2,1	− 11,0	14	+ 2,3	− 5,5
3	− 4,3	− 3,6	9	+ 1,0	− 7,3	15	− 7,1	− 16,7
4	+ 2,5	− 8,3	10	− 15,0	− 16,4	16	− 3,2	− 3,2
5	+ 11,3	+ 3,1	11	− 6,5	− 11,1	17	− 9,1	− 9,1
6	+ 6,5	+ 1,0	12	+ 3,5	− 10,4	18	− 11,2	− 11,7

(1) Venturi, *Sulla compensazione dei risultati, nelle misure di gravità relativa.* Nuovo Cimento, serie IV, 1900, Pisa.

Da queste, colle formule apposite (l. c. pag. 11) si dedussero le correzioni delle durate di oscillazione dei quattro pendoli, in ciascuna stazione:

Correzioni delle durate di oscillazione in unità della 7ª decimale di 1ˢ sid.

Pend.	Palermo	Mazzara	Sciacca	Girgenti	Licata	Vittoria	Terranova
116	— 0,39	+ 4,10	+ 15,22	+ 4,16	— 11,76	+ 1,30	— 12,74
117	+ 7,12	— 14,30	+ 4,68	— 0,48	+ 11,64	— 1,34	— 7,26
118	— 4,03	+ 6,50	— 10,69	+ 0,58	+ 8,52	— 6,44	+ 5,60
119	— 2,70	+ 3,70	— 9,21	— 4,27	— 8,40	+ 6,48	+ 14,40
Somme	0,00	0,00	0,00	— 0,01	0,00	0,00	0,00

La nullità delle somme è un controllo. Applicando le precedenti correzioni ai valori delle oscillazioni riportati nei Riepiloghi di ciascuna stazione, si hanno i

Valori corretti delle durate di oscillazione.

Pend.	Palermo	Mazzara	Sciacca	Girgenti	Licata	Vittoria	Terranova
	s	s	s	s	s	s	s
116	0,5062952	0,5063146	0,5063192	0,5063558	0,5063344	0,5063210	0,5063268
117	70022	70215	70261	70629	70416	70280	70340
118	72115	72311	72356	72724	72509	72374	72434
119	71837	72035	72079	72446	72232	72099	72157

Come controllo di tutto il calcolo, si determinarono le w per mezzo di questi ultimi valori. Esse debbono ridursi sensibilmente a zero. Si ebbe infatti:

Valori della w dopo la compensazione.

i	w_i	i	w_i	i	w_i	i	w_i	i	w_i	i	w_i
1	— 1,1	4	0,0	7	+ 1,2	10	+ 0,6	13	— 1,2	16	+ 1,2
2	0,0	5	+ 1,2	8	— 0,5	11	+ 0,6	14	— 1,2	17	+ 1,2
3	+ 1,1	6	— 0,6	9	+ 0,5	12	0,0	15	0,0	18	+ 0,6

confrontando colle primitive w si vede come questi residui siano insignificanti, essendo in unità della 7ª decimale.

Colla formola (22) pag. 12 della citata Memoria, fu calcolato l'error medio unitario ε che compete a ciascuna determinazione di *una* durata di oscillazione di ogni pendolo.
Si trovò:

$$\varepsilon = 0{,}0000009.9$$

e l'error medio E, a temersi sopra ciascun pendolo medio, compensato, il quale nel caso attuale è dato dalla formula (l. c. pag. 14):

$$E = \varepsilon \sqrt{\frac{10}{28}} = \varepsilon \sqrt{0{,}3571} ,$$

risultò:

$$E = 0{,}0000005.9$$

certamente molto piccolo, e quasi identico a quello trovato nella precedente campagna.

Deduzione del valore della gravità nelle varie stazioni.

Per questa campagna, il valore della gravità a Palermo deve assumersi quale risulta, dopo il confronto con Padova, dall'insieme delle due provenienze da Padova stessa e da Vienna, giusto quanto fu riportato in una recente pubblicazione (1).

Ivi, a pag. 660, è assegnato, per la gravità a Palermo, Martorana, sala terrena delle operazioni gravimetriche, il valore:

$$g = 980^{cm},086.6 \pm 0^{em},004$$

il quale serve di base ai valori — da dedursi — per la gravità, nelle stazioni sopra riportate. Basterà usare la nota formula:

$$g_r = g \frac{s_p^2}{s_r^2}$$

ove g_r è la gravità nella stazione r^{esima}; s_p, s_r sono le durate di oscillazione, compensate e prese da un quadro precedente, di uno qualunque dei quattro pendoli, a Palermo e alla stazione r^{esima}. Si ebbero i seguenti risultati, per la località di ciascuna stazione, ove furono eseguite le osservazioni:

	cm
Mazzara	$g = 980{,}010$
Sciacca	$g = 979{,}994$
Girgenti	$g = 979{,}851$
Licata	$g = 979{,}934$
Vittoria	$g = 979{,}986$
Terranova.	$g = 979{,}963$

(1) Venturi, *Riassunto dei lavori di collegamento e di verifica del valore della gravità in Palermo.* Questi Rendiconti, vol. XV, fasc. 11, anno 1906.

Le relative riduzioni al livello del mare, secondo le altitudini sopra riportate, sono, dicendo g_o la gravità ridotta al detto livello,

$$g_o - g$$

Mazzara	Sciacca	Girgenti	Licata	Vittoria	Terranova
4	25	92	6	54	11

in unità di millesimi di centimetro.

Poi si calcolarono le correzioni dovute alle masse sottostanti alla stazione e a quelle circostanti, colla nota formula:

$$g_o'' - g_o = \frac{3}{5}\frac{\theta}{\theta_m}(g - g_o) + \text{riduzione topografica},$$

essendo θ la densità del terreno ove giace la stazione, e $\theta_m = 5{,}6$. Si ebbero, così:

Valori di $g_o'' - g_o$

Mazzara	Sciacca	Girgenti	Licata	Vittoria	Terranova
— 1	— 3	— 27	— 2	— 17	— 2

sempre in mill. di centimetro. Infine, pel calcolo delle gravità teoriche, fu usata la formula del 1901 universalmente adottata. Esse sono indicate con γ_o: e nello specchio seguente, g indica la gravità osservata nella stazione, g_o è quella ridotta al livello del mare, g_o'' è la stessa liberata dall'azione delle masse sovrastanti all'ellissoide di riferimento. *L'anomalia di gravità* è la differenza $g_o'' - \gamma_o$ e viene data nell'ultima colonna.

Valori della gravità.

STAZIONE	g	g_o	g_o''	γ_o	Anomalia
	cm	cm	cm	cm	cm
Mazzara. . . .	980,010	980,014	980,013	979,974	+ 0,039
Sciacca	979,994	980,019	980,016	979,961	+ 55
Girgenti . . .	979,851	979,943	979,917	979,944	— 27
Licata	979,934	979,941	979,939	979,927	+ 12
Vittoria. . . .	979,986	980,040	980,023	979,913	+ 110
Terranova . . .	979,963	979,974	979,972	979,923	+ 49
Palermo. . . .	980,087	—	—	—	—

L'error medio di questi valori di g è dato nella suddetta Memoria a pag. 16, dalla formula:

$$M_g = 27{,}5\,\frac{E}{S}$$

ove E è il valor precedente, ed S il medio valore delle oscillazioni. Viene pel caso nostro:

$$Mg = 0^{cm},003.2$$

valore analogo agli altri trovati in precedenti campagne e soddisfacente.

Riportiamo ora, in uno specchio complessivo tutti i valori di gravità finora ottenuti, riducendo quelli anteriori al confronto con Padova, al sistema di Palermo recentemente stabilito, affinchè i risultati sian tutti omogenei. Ordinando per valori, decrescenti delle anomalie, abbiamo:

Anno	STAZIONE	g	g_o	g''_o	γ_o	Anomalia
		cm	cm	cm	cm	cm
1899	Ustica	979,144	980,221	980,198	980,067	+ 0,131
1905	Vittoria . . .	979,986	040	023	979,913	+ 110
1899	Favignana . .	980,999	101	101	999	+ 102
1899	Pantelleria . .	979,947	022	003	902	+ 101
1899	Trapani . . .	980,094	095	095	006	+ 89
1899-1905	Palermo . . .	980,087	093	092	015	+ 77
1900	Valverde . . .	980,072	091	086	014	+ 72
1904	Termini . . .	980,061	069	068	003	+ 65
1904	Corleone . . .	979,898	091	033	977	+ 56
1905	Sciacca . . .	979,994	019	016	961	+ 55
1905	Terranova . .	979,963	979,974	979 972	923	+ 49
1905	Mazzara . . .	980,010	980,014	980,013	974	+ 39
1905	Licata	979,934	979,941	979,939	927	+ 12
1904	Vicaretto . . .	979,832	999	956	977	— 21
1905	Girgenti . . .	979,851	943	917	944	— 27
1904	Castrogiovanni .	979,720	998	935	965	— 30
1904	Caltanissetta. .	979,770	942	891	961	— 70

È notevole il fatto che sulla costa sud (ad esclusione di Vittoria che può considerarsi come pertinente alla regione orientale, ove appunto le anomalie son forti) si riscontrano le più basse anomalie costiere di tutta l'isola. Ha, forse, questo fatto qualche significato geologico?... Può essere un elemento che getti un fil di luce sulla questione della presenza del basso fondo

marino fra la Sicilia sud-occidentale e l'Africa?... Sarà opportuno di vedere come si comporta la gravità sulla costa di Tunisia, e allora si potrà forse, con maggior fondamento, porre in relazione tali fatti gravimetrici coi concetti geologici che si contrastano il campo nell'ardua questione riguardante la possibile antichissima continuità della Sicilia coll'Africa, e nelle conseguenti congetture di sollevamenti od abbassamenti dell'interposto fondo marino.

Matematica. — *Sul problema di Cauchy.* Nota del dott. Eugenio Elia Levi, presentata dal Socio Luigi Bianchi.

1. Data una equazione alle derivate parziali di ordine n in m variabili, il problema di Cauchy consiste, come è noto, nel determinarne una soluzione che su un'assegnata varietà iniziale ad $m-1$ dimensioni prenda valori assegnati insieme colle sue derivate di ordine $\leq n$ — supposto che i valori assegnati siano compatibili coll'equazione alle derivate parziali medesima e coll'ipotesi di essere i valori delle derivate di una funzione di m variabili su una varietà ad $m-1$ dimensioni [1] —. Ed è pure noto che, quando l'equazione sia analitica, la varietà iniziale sia analitica, ed infine siano pure analitiche le funzioni assegnate su essa, *esiste una ed una sola funzione analitica che risolva il problema* — purchè gli elementi di ordine n determinati dalla varietà iniziale e dalle funzioni assegnate su essa non siano mai caratteristici per l'equazione (in particolare quindi che la varietà e le funzioni assegnate iniziali non costituiscano una molteplicità caratteristica).

Ma quando ci poniamo dal punto di vista delle funzioni di variabile reale, i risultati sono ben più scarsi; sia che, tolta la condizione che l'equazione ed i dati iniziali siano analitici, ci chiediamo se esiste una soluzione che soddisfaccia alle condizioni del problema (*teorema di esistenza*); sia che, pure ammesso, ove occorra, che l'equazione ed i dati iniziali siano analitici, chiediamo se esistano altre soluzioni oltre a quella analitica di cui il teorema sopra rammentato ci assicura (*teorema di unicità*). Chè se lasciamo da parte il caso in cui il problema si può ridurre, senza introduzione di variabili immaginarie, alle equazioni alle derivate ordinarie — come ad esempio quando l'equazione è alle derivate parziali di 1° ordine — nulla è noto all'infuori delle equazioni di secondo ordine di tipo iperbolico in due variabili e di alcune loro estensioni, per cui servono i metodi di Picard e di Riemann [2].

[1] Cosicchè se l'equazione è lineare nelle derivate di ordine n basta assegnare sulla varietà iniziale i valori delle $n-1$ prime derivate normali.

[2] E le loro notevoli estensioni ai casi di più variabili che si raggruppano attorno al metodo del Volterra, ed alle equazioni in più variabili e di ordine superiore dovute a Bianchi, Niccoletti, Fubini, Delassus, Le Roux ecc.

Nella presente Nota vorrei esporre alcune considerazioni che mi paiono atte a mostrare che non nella imperfezione dei nostri mezzi di studio, ma nella natura medesima della questione sta la ragione delle difficoltà incontrate fin qui nella estensione del teorema di esistenza al caso delle funzioni di variabile reale: in quanto che, per restare ad esempio nel caso delle equazioni del secondo ordine in due variabili indipendenti, *il problema di Cauchy non ammette in generale soluzione per le equazioni di tipo ellittico e parabolico*. Invece il teorema di unicità pare rimanga vero, almeno per ipotesi estesissime.

Nel n. 2 richiamo brevissimamente gli enunciati noti relativi al tipo iperbolico, soprattutto perchè dall'immediato confronto risultino più chiare le differenze che presentano i tre casi. I risultati dei nn. 3 e 4 relativi al tipo ellittico hanno la loro base nel carattere analitico delle soluzioni di queste equazioni: essi sono quindi noti nella loro essenza: non credo che però ne siano mai state esplicitamente tratte le conseguenze qui indicate: specialmente quelle del n. 4. Del tutto nuove, per quanto semplici, sono invece le considerazioni dei n. successivi relative alle equazioni paraboliche. Noterò subito che, trattando delle equazioni paraboliche, mi sono limitato all'equazione del calore, sia per la imperfezione delle nostre conoscenze relative a questa classe di equazioni, sia perchè mi parve da preferirsi in questa Nota la brevità e la semplicità alla generalità dei risultati.

2. *Le equazioni iperboliche.* — Teorema di esistenza. — Per le equazioni che si possono ridurre alla forma $\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = \mathrm{F}\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right)$ il teorema di esistenza si stabilisce — con poche ipotesi relativamente alle derivate della F e delle funzioni iniziali — col metodo delle successive approssimazioni del Picard (1).

Teorema di unicità. Il metodo delle successive approssimazioni del Picard dimostra nello stesso tempo il teorema di unicità per le equazioni della forma rammentata precedentemente: per le equazioni lineari può anche servire il metodo di Riemann. Fondandoci sul teorema di unicità relativo alle equazioni lineari, si può dedurre il teorema di unicità per le equazioni generali della forma $\mathrm{F}\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 0$, le quali abbiano nell'intorno del sistema dei dati iniziali le caratteristiche reali e distinte — ammesso naturalmente che tanto la F quanto la soluzione di cui si vuol dimostrare l'unicità abbiano un conveniente numero di derivate che qui non precisiamo (2).

(1) Cfr. la Nota di Picard in Darboux, *Théorie des surfaces*, tomo IV, pp. 353 seg.
(2) Hadamard, *Leçons sur la propagation des ondes*. Nota I, pp. 352-354.

3. *Le equazioni ellittiche.* — Ricordiamo che se una equazione

$$F\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 0$$

dove la F è una funzione analitica, è ellittica in un certo campo, ogni sua soluzione finita e continua insieme colle sue derivate prime, seconde e terze è una funzione analitica di x ed y. Se la F è lineare nelle derivate seconde, per modo che l'equazione si possa ridurre nella forma

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = F_1\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

è necessario solo supporre che la soluzione abbia derivate prime e seconde e continue (1). Da questo teorema segue subito il

Teorema di unicità. Se su una curva AB analitica del piano xy è assegnata una serie (S) semplicemente infinita di elementi del secondo ordine analitica essa pure, e soddisfacente alla $F = 0$ e tale che nell'intorno di essa l'equazione sia ellittica, esiste una sola soluzione finita e continua colle derivate prime seconde e terze la quale contenga (S).

Ed invero pel teorema di Cauchy esiste intanto una soluzione z_1 analitica in un campo contenente *nel suo interno* AB la quale contiene (S). Ove esistesse un'altra funzione z_2 anche solo da una parte di AB e contenente (S), noi la potremmo prolungare al di là di AB colla funzione z_1 ed otterremmo così una nuova funzione z_3 finita e continua colle sue derivate prime, seconde ed anche terze (poichè queste su AB sono univocamente determinate dai dati iniziali) in un campo contenente nel suo interno AB. Quindi pel teorema richiamato sopra, z_3 sarebbe analitica regolare nei punti di AB: quindi coincide con z_1 in virtù dell'ordinario teorema di unicità di Cauchy.

Ove l'equazione sia lineare, dal teorema precedente si possono escludere le condizioni relative alle derivate terze.

4. *Sul teorema di esistenza.* — Richiamando ora un complemento del teorema precedentemente citato relativo al carattere analitico delle soluzioni delle equazioni ellittiche, ci sarà del pari facile dimostrare che *il problema di Cauchy non ammette soluzione quando si assegni che sulla curva analitica iniziale* AB *la soluzione debba ridursi ad una funzione analitica dell'arco* AB, *mentre la sua derivata normale debba ridursi ad una funzione non analitica dell'arco medesimo.*

Per le soluzioni dell'equazione $\Delta_2 z = 0$, non è questo che una immediata conseguenza del noto teorema dello Schwarz (2) secondo cui una funzione armonica, che sopra una curva analitica AB si riduca ad una funzione

(1) Bernstein S., *Sur la nature analytique des solutions des équations* etc. Math. Ann. 59.

(2) Cfr. ad es. Picard, *Traité d'Analyse*, II, cap. X, 1ª ed. pag. 269-272.

analitica dell'arco è funzione analitica regolare di x ed y nei punti dell'arco medesimo: e quindi in particolare anche la sua derivata normale è funzione analitica regolare dell'arco medesimo. Questo teorema si estende agevolmente alle soluzioni delle più generali equazioni ellittiche con ragionamenti affatto simili a quelli usati dal Picard e dal Bernstein per dimostrare il carattere analitico delle soluzioni di queste equazioni; onde segue la nostra affermazione.

5. *Le equazioni paraboliche.* — Ci limiteremo, come già dicemmo, alle equazioni del tipo $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = a\frac{\partial z}{\partial y}$, dove a è una costante; od anche all'equazione $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial y}$, poichè con una semplicissima trasformazione delle coordinate si può sempre ridurre quello a questo ultimo caso.

È noto che le soluzioni dell'equazione $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial y}$ non sono in generale funzioni analitiche delle variabili x ed y (1). Noi dimostreremo che però: *se una soluzione dell'equazione* $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial y}$ *ammette in un campo* Γ *del piano* xy *derivate prime finite e continue rapporto ad* x *e* y,

1°, *essa ammette le derivate successive di qualunque ordine;*

2°, *sopra ogni segmento di retta caratteristica* $y = \text{cost}$ *interno a* Γ, *è funzione analitica della variabile* x.

Sia infatti $M \equiv (x, y)$ un punto interno a Γ: sia r la caratteristica per M; presi su r due punti $A \equiv (a, y)$, $B \equiv (b, y)$ $(a < x < b)$ l'uno da una parte, l'altro dall'altra di M, si conduca un arco s che congiunga A con B, sia interno a Γ e stia tutto al disotto di r. È noto che, se la z è funzione di x ed y soddisfacente all'equazione $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial y}$, finita e continua insieme colle sue derivate prime in Γ, detto $x_1 y_1$ un punto mobile su s, il valore di z in $M \equiv (xy)$ è dato da (2)

$$(1) \qquad z(xy) = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_s \frac{e^{-\frac{(x-x_1)^2}{4(y-y_1)}}}{\sqrt{y-y_1}} \times$$

$$\times \left\{ \left[\frac{\partial z(x_1 y_1)}{\partial x_1} - z(x_1 y_1) \frac{x - x_1}{y - y_1} \right] \cos nx - z(x_1 y_1) \cos ny \right\} ds$$

(1) Cfr. Volterra, *Leçons sur l'intégration des équations différentielles etc. professées à Stockholm*, pag. 70.

(2) Che per la validità di (1) sia sufficiente la continuità delle derivate prime risulta evidente dal modo in cui (1) si deduce. Invero se v e u sono soluzioni delle equazioni $\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} - \frac{\partial v}{\partial y_1} = 0$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial u}{\partial y_1} = 0$ finite e continue colle loro derivate prime e quindi ancora colle derivate $\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}$, in un campo S limitato da un segmento AB di ca-

n indicando la normale a s nel punto $x_1\, y_1$ diretta verso l'interno. Risulta subito da questa formula che le derivate successive rapporto ad x esistono, poichè si ottengono semplicemente derivando sotto il segno integrale: basti notare che la curva s non dipende da x ma solo da y e che, per ogni punto xy *interno* ad AB, la funzione sotto il segno è finita e continua insieme con tutte le sue derivate rapporto x nell'intervallo di integrazione. Si potrebbe dimostrare direttamente che esistono anche le derivate rapporto ad y e quelle miste; però è più semplice osservare che ciò è conseguenza dell'equazione medesima per cui ognuna di queste derivate è uguale ad una conveniente derivata rapporto ad x soltanto.

Sulla medesima formula (1) si fonda la dimostrazione della seconda parte dell'enunciato. Chiamiamo s_ε il tratto dell'arco s che sta al disotto della caratteristica $y_1 = y - \varepsilon$: e poniamo

$$z_\varepsilon(xy) = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{s\varepsilon} \frac{e^{-\frac{(x-x_1)^2}{4(y-y_1)}}}{\sqrt{y-y_1}} \times$$

$$\times \left\{ \left[\frac{\partial z(x_1\, y_1)}{\partial x_1} - z(x_1\, y_1) \frac{x-x_1}{y-y_1} \right] \cos nx - z(x_1\, y_1) \cos ny \right\} ds .$$

Si avrà evidentemente per x reale

$$(2) \qquad z(xy) = \lim_{\varepsilon=0} z_\varepsilon(xy) .$$

Si immagini fissato y; per ogni coppia di valori di x_1 ed y_1 appartenenti ad s (con $y_1 \neq y$) la funzione sotto il segno d'integrazione è funzione

---

ratteristica e da una curva s che ne congiunga gli estremi stando tutto al disotto di esso si ha

$$0 = \int\int_S \left[v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial u}{\partial y_1} \right) - u \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} - \frac{\partial v}{\partial y_1} \right) \right] dx_1\, dy_1 =$$

$$= \int_s \left\{ \left[v \frac{\partial u}{\partial x_1} - u \frac{\partial v}{\partial x_1} \right] \cos nx_1 - uv \cos ny_1 \right\} ds + \int_{AB} uv\, dx .$$

Ponendo $u = \dfrac{1}{2\sqrt{\pi}\sqrt{\alpha - y_1}} e^{-\frac{(x-x_1)^2}{4(\alpha-y_1)}}$ $\alpha > x$, $v = z$ e facendo tendere α ad y — supposto che xy tenda ad un punto interno ad AB — si deduce (1). Cfr. Volterra, loc. cit., pp. 65-66. Si deduce di qui che neppure occorre che ambedue le derivate siano finite e continue, ma solo che sia finita e continua la $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, e che $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ — la quale in ogni punto uguaglia la $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ per ipotesi — sia atta all'integrazione sia rispetto ad x che rispetto a y e tale che

$$\int_{y'}^{y''} \frac{\partial z}{\partial y} dy = z_{y''} - z_{y'} \ , \quad \int_{x'}^{x''} \frac{\partial z}{\partial y} dx = \int_{x'}^{x''} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} dx = \left[\frac{\partial z}{\partial x} \right]_{x''} - \left[\frac{\partial z}{\partial x} \right]_{x'} .$$

analitica di x. Segue che $z_\varepsilon(xy)$ è funzione analitica di x. Per mostrare l'analiticità della funzione z in un punto reale $\overline{x}$ del tratto $a \ldots b$ basta mostrare che la (z) vale ancora in un campo complesso contenente nel suo interno $\overline{x}$. Si ponga $x = x' + ix''$: essendo $\overline{x}$ interno all'intervallo $a \ldots b$ si può determinare τ per modo che $(\overline{x} - a)^2$ e $(\overline{x} - b)^2$ siano $> \tau$, e preso allora un numero σ positivo arbitrariamente piccolo, $< \tau$, si consideri il campo complesso C dei valori di x tali che $(x' - a)^2 - x''^2 \geq \sigma$, $(x' - b)^2 - x''^2 \geq \sigma$ (1); $\overline{x}$ sarà contenuto in C. La formula (2) risulterà evidente, osservando che se x è in C ed $x_1 y_1$ su s, la funzione sotto il segno d'integrazione è finita e continua e tende a zero uniformemente col tendere di y_1 ad y, e cioè che tendono a zero

$$\frac{1}{\sqrt{y - y_1}} e^{-\frac{(x-x_1)^2}{4(y-y_1)}} \quad \text{e} \quad \frac{x - x_1}{(y-y)^{3/2}} e^{-\frac{(x-x_1)^2}{4(y-y_1)}}.$$

Si scelga un numero ζ tale che quando $y_1 > y - \zeta$, il punto $(x_1 y_1)$ di s sia tale che x_1 sia compreso in uno degli intervalli

$$\left(a - \frac{\sigma}{4(b-a)}\right) \leftrightarrow \left(a + \frac{\sigma}{4(b-a)}\right), \quad \left(b - \frac{\sigma}{4(b-a)}\right) \leftrightarrow \left(b + \frac{\sigma}{4(b-a)}\right):$$

e si supponga $y > y_1 > y - \zeta$. Si ha allora

$$\left| e^{-\frac{(x-x_1)^2}{4(y-y_1)}} \right| = e^{-\frac{(x'-x_1)^2 - x''^2}{4(y-y_1)}} < e^{-\frac{\sigma}{8(y-y_1)}}$$

e quindi ancora le funzioni in questione sono in modulo inferiori a

$$\left| e^{-\frac{\sigma}{8(y-y_1)}} \frac{1}{\sqrt{y - y_1}} \right| \quad \text{e} \quad \left| \frac{x - x_1}{\sqrt{y - y_1}} e^{-\frac{\sigma}{8(y-y_1)}} \right|$$

e quindi tendono uniformemente a zero col tendere di y_1 ad y (2).

(1) Un campo contenuto in questo e di più facile concezione geometrica è il quadrato che si ottiene nel piano delle x conducendo le due rette inclinate di 45° sull'asse reale per i punti $a + \sqrt{\sigma}$ e $b - \sqrt{\sigma}$.

(2) Si riconosce che questo teorema comprende come caso particolare un noto teorema di Weierstrass (*Ueber Functionen einer reellen Veränderlichen*, Berl. Sitz. 1885, Werke, vol. 3). Se ne possono dare varie estensioni: ad esempio la stessa dimostrazione vale a dimostrare che anche le soluzioni delle equazioni della propagazione del calore in 2, 3... variabili $\left(\text{cioè le equazioni del tipo } \Delta_2 u = \frac{\partial u}{\partial t}\right)$ sono sempre funzioni analitiche delle variabili diverse da t. Una estensione che presenta qualche maggiore difficoltà è invece quella ad equazioni paraboliche più generali: per es. all'equazione con termine noto. Il risultato resta vero (sotto certe condizioni circa il termine noto); si possono seguire per stabilirlo metodi analoghi a quelli indicati da me nello studio delle solu-

7. Dopo ciò, siamo senz'altro in grado di dimostrare il

Teorema di unicità. *Sia un arco* MN *del piano xy che mai tocchi nè incontri due volte una caratteristica: se due soluzioni* $z(xy)$ *e* $z_1(xy)$ *dell'equazione* $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ *finite e continue insieme colle loro derivate prime, hanno gli stessi valori su* MN *e gli stessi valori prendono pure su* MN *le loro derivate normali, esse sono identiche in quella parte del campo comune di esistenza, che è interna alla striscia compresa fra le due caratteristiche per* M *ed* N (1).

Basterà in vero mostrare che una soluzione z_1 dell'equazione che si annulli insieme colla sua derivata normale su MN e sia finita e continua in un certo campo, è necessariamente nulla in tutta la parte del campo di esistenza contenuta in quella striscia. Supponiamo infatti per maggior generalità che il campo di esistenza di z_1 si stenda da una parte sola di MN: sia MCN un arco di curva interno al detto campo ed alla striscia: dimostrerò che la funzione z_1 è nulla nell'area compresa fra MN ed MCN. Si prolunghi z_1 al di là di MN colla funzione identicamente nulla. La funzione così ottenuta è finita e continua colle sue derivate prime nel campo compreso fra le due caratteristiche per M ed N e MCN. Su ogni caratteristica compresa nella striscia essa è quindi funzione analitica di x; ma essa e le sue derivate sono tutte nulle nei punti di MN: quindi è identicamente nulla. Quindi infine anche z_1 è nulla nel campo MCNM, c. v. d.

Sul teorema di esistenza. *Ma è ora facile trovare dei casi in cui il problema di Cauchy non ammette soluzione.* Si prenda come arco MN un segmento di parallela all'asse delle y: per es. un segmento dell'asse delle y medesimo. Se una soluzione $z(xy)$ esiste in un campo MCNM ad es. a destra di MN ed ha la derivata rapporto ad x nulla su MN, la si potrà prolungare a sinistra di MN. Basterà porre $z(-xy) = z(xy)$: otterremo così una soluzione $z(xy)$ finita e continua insieme colle sue derivate prime in un campo contenente MN *nell'interno*. Nei punti di MN z ammette quindi tutte le derivate successive. Non esiste quindi funzione alcuna che soddisfaccia all'equazione $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial y}$ e su MN, mentre soddisfa

---

zioni delle equazioni ellittiche (*Sulle equazioni lineari alle derivate parziali totalmente ellittiche*, Rendiconti Lincei, ser. 5ª, vol. 16, 1° sem. 1907, pag. 932): spero di poter tornare fra breve in altro lavoro su questo argomento.

(1) Si noti che condizione essenziale è che MN incontri una volta sola le caratteristiche: ove incontri due volte ogni caratteristica, il teorema di unicità si ha già quando siano dati i soli valori della funzione su MN. Cfr. Volterra, loc. cit., pag. 64.

alla condizione $\frac{\partial z}{\partial x} = 0$, si riduca ad una funzione che ammetta le derivate fino ad un ordine $m > 1$, ma non le derivate $(m+1)$ esime (1).

E questa osservazione si può estendere: non esiste alcuna soluzione dell'equazione $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial y}$ la quale su MN, mentre ha la derivata rapporto ad x funzione analitica di y, si riduca ad una funzione di y che ammetta derivate prime, ma non tutte le successive derivate.

Osservazione. — È chiaro che il teorema di unicità e pure queste ultime considerazioni sul teorema di esistenza valgono per le equazioni più generali

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial y} = f(xy).$$

(1) Possiamo trovare anche dei tipi di funzioni iniziali non ammissibili i quali abbiano tutte le derivate. Per es. sia $P \equiv (0, b)$ un punto di MN; non può esistere una soluzione z che, mentre su MN deve soddisfare la $\frac{\partial z}{\partial x} = 0$, su MP soddisfaccia a $z = 0$ e su PN si riduca alla funzione $f(y) = e^{-\frac{1}{\sqrt{y-b}}}$.

Infatti possiamo, come si vide, supporre che z esista in un campo Γ contenente MN nell'interno. Nel campo comune a Γ ed alla striscia Δ compresa fra le caratteristiche per P ed M, per il teorema di unicità, z è identicamente nulla. Per avere il valore in un punto $Q \equiv (0, y_1)$ di PN si prendano sulla caratteristica per Q due punti $A \equiv (a, y)$ e $B \equiv (-a, y)$ simmetrici rapporto a Q, si conducano per essi le parallele all'asse delle y e siano $A_1 \equiv (ab)$, $B_1 \equiv (-ab)$ i punti in cui queste incontrano la caratteristica per P. Si applichi la (1) del n. 6, prendendo per s l'arco formato da AA_1, BB_1 e da una curva che unisca A_1 con B_1 restando in Δ. L'integrale esteso a questo ultimo tratto è evidentemente nullo onde in (1) restano solo gli integrali estesi ai tratti AA_4 e BB_1: ricordando che

$$z(-a, y) = z(ay), \quad \frac{\partial z(-ay)}{\partial x} = -\frac{\partial z(ay)}{\partial x},$$

si avrà

$$z_Q = z(0, y_1) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[\int_b^{y_1} \frac{e^{-\frac{a^2}{4(y-y_1)}}}{\sqrt{y-y_1}} \frac{\partial z(ay)}{\partial x_1}\, dy + a\int_b^{y_1} \frac{e^{-\frac{a^2}{4(y-y_1)}}}{(y-y_1)^{3/2}}\, z(ay)\, dy\right].$$

Quando y_1 tende a b i due integrali del secondo membro divengono infinitesimi di ordine $\geq$ di quello di $\int_b^{y_1} \frac{e^{-\frac{a^2}{4(y-y_1)}}}{\sqrt{y_1-y}}\, dy$, $\int_b^{y_1} \frac{e^{-\frac{a^2}{4(y-y_1)}}}{(y_1-y)^{3/2}}\, dy$. Il primo di questi integrali è per $y_1 = b$ infinitesimo di ordine $>$ del secondo. Ma quest'ultimo poi è infinitesimo di ordine $\geq e^{-\frac{a^2}{4(y_1-b)}}\sqrt{y_1-b}$ come si vede con una integrazione per parti. Quindi lo stesso sarà di z.

Ma $e^{-\frac{1}{\sqrt{y_1-b}}}$ è per $y_1 = b$ infinitesimo di ordine $< e^{-\frac{a^2}{4(y_1-b)}}\sqrt{y_1-b}$ quale che sia a^2; quindi la funzione z non può su PN diventare uguale a $e^{-\frac{1}{\sqrt{y-b}}}$.

Fisica. — *La quantità di elettricità cui dà passaggio la scintilla d'induzione a basse pressioni* (1). Nota del dott. S. Maresca presentata dal Corrispondente D. Macaluso.

1. Le recenti ricerche del prof. Corbino (2) sulla quantità di elettricità scaricata attraverso la scintilla che scocca nel secondario di un rocchetto all'atto della chiusura del circuito primario, hanno dato origine al presente studio nel quale vien ricercata l'influenza che la pressione del gas in cui scoccano dette scintille esercita sulle quantità di elettricità che le attraversa.

E poichè, come è naturale, le quantità di elettricità così scaricate dipendono dal valor massimo che assume la corrente secondaria e dal suo successivo andamento; così con le esperienze che saranno descritte in seguito ho cercato di determinare le quantità di elettricità scaricate e di seguire l'andamento della corrente secondaria nella fase di chiusura.

Le quantità di elettricità sono state misurate con un galvanometro inserito nel secondario del rocchetto in serie con la scintilla.

L'andamento della corrente secondaria è stato osservato insieme a quello della primaria con un tubo di Braun sul quale agiva orizzontalmente tutto il rocchetto munito della bobina compensatrice, e verticalmente una bobina percorsa dalla corrente primaria; con ciò gli spostamenti verticali del cerchietto fluorescente erano dovuti alla corrente secondaria, quelli orizzontali alla primaria (3).

2. La disposizione degli apparecchi adoperati per l'esperienze, è rappresentata schematicamente dalla figura 1: R è un rocchetto di Ruhmkorff da 15 cm. il cui secondario è chiuso sul galvanometro G opportunamente shuntato con le resistenze r ed r_1 e sulla scintilla che scocca in S fra due elettrodi sporgenti nel recipiente di vetro T in comunicazione con una tromba a mercurio.

Producendo una successione regolare di scariche anzi che una sola ed impedendo, con l'aiuto di un deviatore che verrà descritto in seguito, alle correnti di apertura di produrre la scintilla in S, il galvanometro segnava l'intensità media di corrente che attraversava le sole scintille di chiusura.

Detto deviatore, rappresentato schematicamente nella figura, è costituito da un piccolo motore elettrico che mette in rotazione sincrona due dischi

(1) Lavoro eseguito nella R. Università di Messina, diretto dal prof. O. M. Corbino.

(2) Corbino, Rend. Lincei.

(3) Corbino, *Ricerche teoriche e sperimentali sul rocchetto di Ruhmkorff*, §§ 7 e 12. Atti A. E. I., fascicoli 3-4, 1907.

D e D_1 fissi agli estremi del suo asse. A ciascuno di questi dischi è fissato eccentricamente un pernio ed a quest'ultimo è affidato a snodo l'estremo di un'asticella di cui l'altro estremo può pescare in un bicchierino con mercurio.

Come si vede senz'altro dalla figura, mentre una delle asticelle, *a*, nel suo moto di saliscendi prodotto dalla rotazione del motore, comanda la chiusura e l'apertura del circuito primario del rocchetto di cui fa parte una batteria B di 30 accumulatori, l'altra comanda l'apertura e la chiusura di un circuito derivato sul secondario del rocchetto stesso e di cui fa parte la resistenza W.

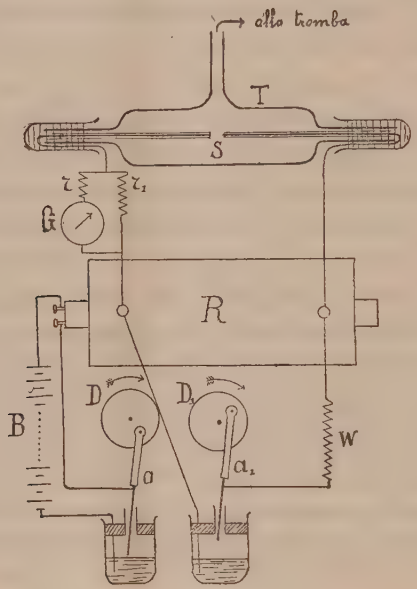


Fig. 1.

Essendo i perni cui sono affidate le asticelle spostati di 90° uno rispetto all'altro, ne segue che per il senso di rotazione indicato dalle frecce, il circuito primario vien chiuso mentre resta aperto il ramo derivato sul secondario e quindi la scarica del secondario si effettua attraverso la scintilla S; invece l'apertura del primario ha luogo quando è chiuso il circuito derivato così che la scarica di apertura si effettua attraverso a questo. In esso viene inserita la resistenza W, opportunamente scelta, perchè la corrente secondaria dovuta alla rottura del primario possa esaurirsi nel tempo in cui resta chiuso il circuito derivato (1), senza di che, dato il succedersi piuttosto rapido delle interruzioni (in media circa 8 per secondo nelle mie esperienze), può un residuo della corrente di apertura passare attraverso la scintilla e il galvanometro segnare un'intensità media di corrente inferiore alla vera.

(1) Corbino, loc. cit., § 10.

Analogamente, per la presenza della scintilla in S che rende rapida la diminuzione della corrente secondaria, questa si esaurisce prima che se ne possa distrarre una parte nel circuito derivato W alla consecutiva chiusura di questo.

Un contagiri permette infine di determinare il numero di scariche per minuto secondo cui è direttamente proporzionale l'intensità media di corrente segnata dal galvanometro a parità delle altre condizioni.

3. Gli elettrodi sono di filo di alluminio di 1 mm. di diametro e sono rivestiti da due tubetti di vetro in modo che ne restano scoperte le sole se-

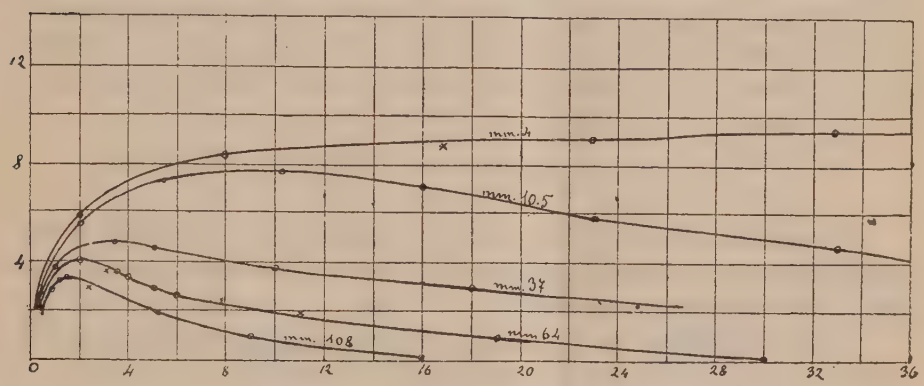


Fig. 2.

zioni estreme affacciate. Essi vengono introdotti nel recipiente T attraverso due tubi coi quali termina il recipiente stesso e vengono fissati immergendo tali tubi nel mastice fuso contenuto in due provette. Solidificando il mastice restano ben fissati gli elettrodi nel recipiente e nello stesso tempo si ottiene una chiusura che assicura la tenuta nel miglior modo desiderabile anche rispetto alle rarefazioni più spinte.

Il recipiente nel quale si trovano gli elettrodi veniva sempre riempito con aria accuratamente disseccata con anidride fosforica.

La misura delle pressioni basse veniva fatta con un provino di Mac Leod.

4. Perchè i risultati delle diverse esperienze fatte fossero meglio paragonabili fra loro fu sempre lanciata nel primario del rocchetto una stessa corrente di 2, 3 Ampère.

Tali risultati sono rappresentati dalle grafiche della fig. 2 ottenute riportando sull'asse delle ascisse i valori delle pressioni in mm. di mercurio e su quello delle ordinate le intensità medie di corrente in unità arbitrarie. Ciascuna grafica si riferisce a quella distanza fra gli elettrodi che è segnata accanto.

La tabella che segue e che non ha bisogno di altre spiegazioni dà invece sempre le intensità medie di corrente in unità arbitrarie che attraversano la scintilla alle pressioni molto basse non riportate nelle grafiche:

Pressione in mm. di mercurio	Distanza fra gli elettrodi in mm.						
	0.75	4	10.5	18	37	64	108
1	2.8	—	—	3.9	3.5	—	2.9
0.4	—	2	2.3	1.9	1.9	1.7	1.6
0.1	1.3	—	1.4	—	0.9	1.2	0.9
0.08	—	1.4	—	1.7	—	—	—
0.07	—	—	—	—	0.4	—	—
0.06	0.4	—	—	0.9	—	—	—
0.05	—	0.9	—	—	0.4	—	—
0.03	—	—	—	0.5	—	0.2	non passa

A pressioni inferiori a mm. 0,01 e per quasi tutte le distanze, le scariche cominciano a passare difficilmente ed in breve si raggiungono le pressioni a cui non passano affatto.

5. Le osservazioni al tubo di Braun fatte contemporaneamente con le misure al galvanometro hanno mostrato che a pressioni piuttosto alte le cor-

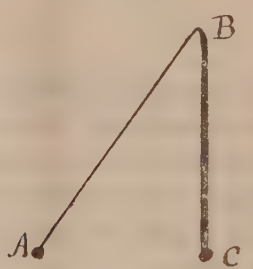


Fig. 3.

renti primaria e secondaria crescono insieme rapidamente e solo quando la primaria ha raggiunto il suo valore massimo, la secondaria comincia a diminuire mentre la prima resta costante cosicchè la curva rappresentativa ha il noto aspetto della fig. 3 (1) in cui gli spostamenti dovuti alla primaria sono orizzontali mentre sono verticali quelli dovuti alla secondaria.

Col diminuire della pressione, per una stessa distanza fra gli elettrodi, si nota un progressivo aumento della corrente massima secondaria ed una diminuzione più lenta della secondaria stessa, di modo che la curva pur con-

(1) Corbino, loc. cit., § 12.

servando l'aspetto precedente, presenta il tratto B C progressivamente più lungo e più luminoso. Tale comportamento va di pari passo con l'aumento dell'intensità media di corrente del galvanometro.

Diminuendo ancora la pressione si determina di nuovo un raccorciamento ed una minore luminosità del tratto B C accompagnati dalle diminuite indicazioni del galvanometro.

Ulteriori diminuzioni della pressione trasformano i due tratti rettilinei precedenti AB, BC, dapprincipio in curve del tipo A′B′C′ (fig. 4) ed in seguito in quelle come A″ B″ C″ D″ (fig. 5) mostrando che la corrente secondaria dapprima non cresce più insieme con la primaria ed in seguito addirittura cessa del tutto prima che la primaria abbia raggiunto il suo valore massimo. Cessa poi tanto più presto per quanto più viene abbassata la pressione, come indica il progressivo allungarsi del tratto C″ D″. Inoltre l'inten-

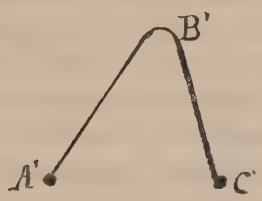


Fig. 4.

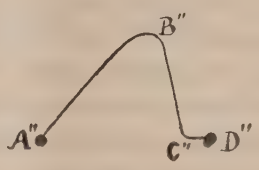


Fig. 5.

sità massima secondaria va continuamente diminuendo e la durata della scarica si va facendo sempre più breve; ciò si riconosce dal diminuire dell'altezza delle curve e dalla minore luminosità di esse.

6. Dalle grafiche del n. 4 risulta che col diminuire della pressione le quantità di elettricità scaricate attraverso le scintille in istudio vanno crescendo in principio e diminuendo in seguito. Cosicchè volendo parlare di resistenza della scintilla (intesa come resistenza di un conduttore che a parità di altre condizioni lascia passare la stessa quantità di elettricità) si deduce che tale resistenza va prima diminuendo e poi crescendo.

È bene però ricordare che la nozione di resistenza (nel senso ordinario) della scintilla, non ha significato poichè le recenti ricerche tendono a considerare la scintilla come una *glimmstrom* di breve durata.

Ed è anche bene ricordare, prima di passare a rendersi ragione delle osservazioni fatte, che come per le *glimmstrom* (1), anche le varie parti della scintilla vengono modificate dalle diminuzioni di pressione; e precisamente:

Col diminuire della pressione la colonna positiva va raccorciandosi e va diminuendo la caduta di potenziale in essa; diminuisce contemporaneamente

(1) V. Stark, *Die Elektrizität in Gasen* in Winkelmann Hand. d. Phys., 2 Aufl., Bd. IV, §§ 70-78.

la caduta di potenziale nello spazio oscuro mentre resta costante la caduta catodica (*caduta catodica normale*) la quale comincia a crescere (*caduta catodica anormale*) solo quando la luce negativa (Glimmschicht) impegna tutto il catodo.

7. Ora l'osservato aumento dell'intensità di corrente del galvanometro, era precisamente accompagnato nelle mie esperienze dall'accorciamento della colonna positiva ed il valor massimo veniva raggiunto proprio quando tutta la colonna positiva era sparita. Non era del pari facile, per la piccola estensione degli elettrodi da me usati, assicurarsi che il detto aumento delle indicazioni del galvanometro era accompagnato dall'estendersi della luce negativa sul catodo per poter asserire che esso aveva luogo nel tempo in cui rimaneva normale la caduta catodica e diminuiva la caduta di potenziale nello spazio oscuro e nella colonna positiva. Ma un'altra esperienza fatta con due lamine di alluminio come elettrodi valse a rassicurarmi. Accertai invero che col diminuire della pressione l'aumento della quantità di elettricità scaricata era accompagnato dall'estendersi della luce negativa sul catodo ed il massimo veniva proprio raggiunto quando tutto il catodo era impegnato nella scarica.

Dunque quel primo aumento della quantità di elettricità può ritenersi causato dal diminuire della caduta di potenziale nella colonna positiva e nello spazio oscuro nel tempo in cui la caduta catodica resta normale.

La successiva diminuzione della quantità di elettricità scaricata che accompagna l'ulteriore diminuzione della pressione può analogamente spiegarsi col crescere della caduta catodica diventata anormale; e alla medesima causa è da attribuirsi l'altro fatto osservato al tubo di Braun che cioè la corrente secondaria non accompagna più fino alla fine quella primaria, ma arriva anche ad annullarsi prima che quella abbia raggiunto il suo valor massimo.

8. È degno di nota che il prodotto della distanza d degli elettrodi per la pressione P_m a cui si scarica la massima quantità di elettricità è sensibilmente costante come risulta dalla tabella seguente:

d in mm.	Pm in mm.	Pm × d
0.75	120	90
4	33	132
10.5	10.5	110
18	6	108
37	3	111
64	2	128
108	1	108

Non deve sorprendere se i primi due valori ottenuti per questo prodotto si scostino piuttosto notevolmente da tutti gli altri: per distanze pic-

cole fra gli elettrodi riesce difficile determinare la pressione a cui passa la massima quantità d'elettricità e le grafiche ce ne dànno subito ragione.

La costanza di quel prodotto dimostra che le condizioni di maggiore facilità rispetto alle quantità di elettricità che si scaricano attraverso la scintilla sono le stesse di quelle di maggiore facilità rispetto al potenziale esplosivo (legge di Paschen).

Però le quantità di elettricità scaricate sotto la condizione $P_m d = \text{cost}$ non sono le stesse ma sono minori per maggiori distanze fra gli elettrodi.

Dalla tabella al n. 4 si rileva infine che la quantità di elettricità scaricata a basse pressioni è sensibilmente indipendente dalla distanza fra gli elettrodi.

Fisica. — *Sulla dispersione elettrica dai metalli riscaldati* [1]. Nota del dott. A. Occhialini, presentata dal Corrisp. A. Battelli.

1. È noto che un corpo incandescente non è capace di conservare una carica elettrica, e che la dispersione che ha origine in queste condizioni è dovuta alla presenza di centri elettrizzati nel gas circostante simili in tutto a quelli che accompagnano la dissociazione elettronica provocata dai raggi Röntgen. Questo fenomeno dipende dalle condizioni in cui è posto il corpo incandescente e varia con la natura del corpo stesso; con quella del gas e con la pressione di quest'ultimo. In molti casi si è riconosciuto che la dispersione dei corpi caldi è intimamente collegata con le azioni chimiche che hanno luogo a quelle temperature fra il corpo e il gas circostante; ma è pur certo che il fenomeno si verifica anche quando l'azione chimica manca.

Le particolarità finora note sopra queste dispersioni si riferiscono al diverso comportamento che presentano le elettricità dei due segni. In generale alla pressione atmosferica il riscaldamento dei metalli provoca da questi la dispersione dell'elettricità positiva assai prima che non della negativa.

La presente Nota ha per scopo l'indagine delle particolarità che accompagnano questi fatti e lo studio della loro natura. Le osservazioni che seguono ci permetteranno di render ragione di alcuni fatti noti e ci condurranno a prevederne altri che saranno pienamente confermati dall'esperienza.

2. Il più semplice caso da studiare in questo ordine di fenomeni è la dispersione da quei metalli che nel riscaldamento non subiscono nessun processo chimico. Forse l'unico modo di metterci in tali condizioni consiste nel-

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, diretto dal prof. A. Battelli.

l'adoperare il platino. Con questo metallo ha sperimentato il Mac Clelland (1), per non contare i lavori del Richardson (2) e del Wilson (3) che hanno fatto studî analoghi nei gas rarefatti.

Il Mac-Clelland, in sostanza, arroventava un filo di platino dentro un tubo di vetro in cui era stabilita una corrente gassosa. Questa aveva per scopo di trasportare i gas posti nelle vicinanze del filo caldo e gli joni presenti in essi, sopra un elettrodo in comunicazione con un elettrometro a quadranti e caricato a un certo potenziale positivo o negativo; su questo elettrodo i gas rivelavano le loro cariche eventuali.

I suoi risultati mostrano che, almeno finchè la temperatura non eccede certi limiti, la conducibilità del gas è dovuta alla presenza di soli joni positivi; soltanto quando il platino è portato alla temperatura del calor bianco si ha la presenza delle due specie di joni.

Da questo comportamento l'autore crede di poter dedurre che a temperature non troppo elevate la conducibilità sia dovuta alla jonizzazione dello strato d'aria aderente all'elettrodo, e precisa le circostanze del fenomeno dicendo che solo gli joni positivi, più grossi, sono trasportati dalla corrente d'aria, mentre gli joni negativi posti vicino al filo incandescente neutro, esercitano sopra di esso un'azione induttiva e sono da questo attratti.

Ciò, ripeto, succederebbe per temperature non troppo alte. Per temperature superiori a un certo limite, invece, sempre secondo il Mac Clelland, si avrebbe la jonizzazione di uno strato più grosso di gas e quindi la produzione di elettroni in punti tanto lontani dal filo da non essere più attratti da questo; di qui l'apparizione degli joni dei due segni. Orase ciò fosse, il numero degli joni negativi portati dalla corrente gassosa sull'elettrodo in comunicazione con l'elettrometro dovrebbe essere in ogni caso minore di quello degli joni positivi, giacchè, ammessa vera la spiegazione dell'Autore, gli joni negativi aderenti al filo dovrebbero essere attratti da questo qualunque fosse la temperatura. E siccome a temperature sufficientemente alte l'Autore finisce per trovare che l'elettrodo in comunicazione con l'elettrometro perde nell'unità di tempo la stessa quantità di elettricità, sia che abbia una carica positiva, sia che abbia una carica negativa, mi sembra che la spiegazione data dal Mac Clelland sia contraddetta dalle sue stesse esperienze.

3. Pur tuttavia ho voluto sottoporre l'interpretazione del Mac Clelland ad una riprova sperimentale. Se pure è ammissibile che gli joni negativi generati nel gas esterno al filo sfuggano alla corrente di gas e per induzione elettrostatica siano attratti dal filo stesso quando questo è elettricamente

(1) Proc. Camb. Phil. Soc., vol. 10, 1901, pag. 241.
(2) Proc. Camb. Phil. Soc., vol. 11, 1902, pag. 286.
(3) Phil. Trans. of Roy. Soc., London, vol. 202, Serie A, 1903, p 243.

neutro, come nel caso del Mac Clelland, ciò non è più concepibile appena il filo venga caricato negativamente. In tal caso, mentre gli joni positivi dovrebbero essere attratti dal filo, quelli negativi dovrebbero essere da questo respinti e la loro carica dovrebbe essere rivelata da un corpo carico positivamente e posto in comunicazione con un elettrometro, nelle stesse condizioni in cui si rivelano gli joni positivi.

Per l'esperienza ho disposto le cose nel modo indicato schematicamente nella fig. 1. P è il filo di platino che si può rendere incandescente per mezzo di una corrente elettrica; E è un elettrodo posto in comunicazione con un elettrometro a quadranti. Il filo di platino era tenuto costantemente in comunicazione con un polo di una batteria di piccoli accumulatori; l'elet-

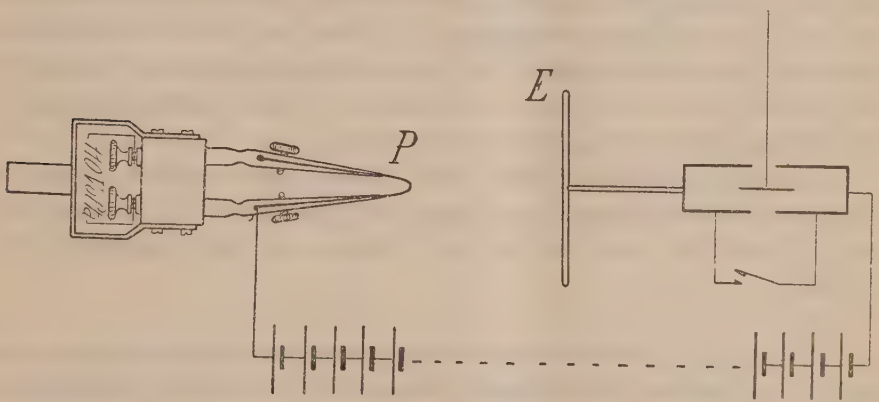


Fig. 1.

trodo E era messo in comunicazione per un istante con l'altro polo della batteria e poi isolato. In tal modo fra E e P si poteva stabilire una differenza di potenziale di 1800 Volt. Mettevo dapprima il filo P in comunicazione con il polo positivo della batteria e riscaldavo il platino. Appena questo era arrivato al calor rosso nascente una abbondante produzione di joni positivi si rivelava con la rapida scarica dell'elettrodo E posto in comunicazione con l'elettrometro. Ciò succedeva anche quando la distanza fra il filo P e l'elettrodo E era superiore ai 6 centimetri. In queste condizioni invertivo il campo, elettrizzando positivamente l'elettrodo e tenendo P in comunicazione col polo negativo della batteria. L'elettrometro allora continuava a mantenere la sua carica indefinitamente.

Questo esclude che all'esterno del filo P siano presenti joni negativi e conseguentemente che il fenomeno della dispersione degli elettrodi caldi sia, come spiega il Mac Clelland, dovuto ad una jonizzazione del gas esterno.

4. Ho, d'altra parte, osservato che portando alla temperatura del calor bianco il filo di platino, si riscontra la presenza di joni negativi; ma penso

che tale produzione sia da collegarsi, non con la jonizzazione del gas, ma con l'uscita degli elettroni dal metallo per l'alta temperatura di questo. A tale riguardo giova ricordare che il Thomson [1] ha accertato che la dispersione negativa dai metalli caldi avviene anche in ambienti estremamente rarefatti, quando, cioè, non è più possibile attribuire il fenomeno all'azione del gas; conseguentemente sarebbe arbitrario il non tener conto di tale dispersione alla temperatura ordinaria.

A conferma di questa conclusione ho osservato che per rivelare la presenza di joni negativi non c'è bisogno di portare al calor bianco la temperatura del platino, ma basta aumentare convenientemente l'intensità del campo, per esempio, con l'avvicinare gli elettrodi P ed E (fig. 1). Infatti dopo aver verificato che ponendo questi elettrodi ad una distanza di 5 centimetri con una differenza di potenziale di 1800 Volt non si aveva nessuna traccia di dispersione negativa, ho trovato che avvicinando gli elettrodi a 8 millimetri di distanza pur mantenendo fisse tutte le altre condizioni si aveva un'abbondante emissione di joni negativi.

A mio modo di vedere in tal caso il campo esterno facilita l'emissione degli elettroni che arrivano alla superficie del metallo, e che per campi minori non sarebbero usciti se non per l'influenza di una temperatura più elevata.

5. I fatti precedentemente enumerati portano ad escludere che nel nostro caso la temperatura dell'elettrodo provochi la dissociazione degli atomi del gas posto fuori dagli elettrodi. Invece essi inducono a ritenere che si abbia una vera emissione di joni positivi e negativi dalla massa del metallo. Ora, per quanto riguarda gli joni negativi dobbiamo ricordare che essi, secondo le nuove teorie della conduzione elettrica dei metalli, sono perfettamente liberi nei metalli stessi attraverso al reticolato rigido costituito dagli joni positivi. Essi possiedono un movimento disordinato del quale la forza viva media costituisce la temperatura assoluta del metallo. Ne viene che con l'elevarsi della temperatura essi aumentano l'energia cinetica, e quest'aumento può raggiungere un tale valore da projettare gli elettroni fuori del metallo. L'emissione degli joni negativi è dunque spiegabile e prevedibile con le idee moderne sopra la natura dell'elettricità; ma essa, per l'esperienza del Thomson, è anche conseguenza naturale di fatti ben accertati.

Ma per quanto riguarda gli joni positivi la conclusione è diversa, giacchè il Thomson nell'esperienza succitata ha accertato che negli ambienti rarefatti sparisce completamente la dispersione positiva. Ciò porta a concludere che l'emissione degli joni positivi dai metalli caldi sia sempre subordinata alla presenza del gas esterno; ma non esclude che anche gli joni positivi pro-

[1] Phil. Mag. vol. 48, 1899, pag. 547.

vengano dall'interno del metallo, come viene stabilito dalle mie esperienze e dalle considerazioni precedenti. Infatti non si deve dimenticare che i metalli in generale, e il platino in particolare sono atti ad assorbire i gas. Ora mi sembra molto naturale ammettere che quando il metallo è portato all'incandescenza le molecole gassose incluse in esso subiscano una dissociazione che separi da esse un elettrone. L'elettrone così liberato si confonderà con gli altri che sono completamente liberi nella massa del metallo; gli joni positivi restanti rimarranno semplicemente inclusi nel metallo dal quale pur tuttavia si libereranno per stabilire un equilibrio dinamico con le molecole gassose che via via vengono assorbite dal metallo.

Allora è chiaro che gli joni usciti dal metallo saranno definitivamente separati da esso, quando una forza esterna li solleciti ad allontanarsi, e da questo punto di vista anche le dispersioni di elettricità positiva dai corpi incandescenti debbono ritenersi come dovute ad un'emissione di joni positivi dalla massa del metallo.

Dunque le due specie di joni hanno una uguale provenienza; essi tuttavia posseggono un'essenziale diversità di generazione: quelli negativi appartengono agli elettroni presenti nel metallo, quelli positivi alle molecole gassose incluse in esso.

6. La diversità nel modo con cui sono generate le due specie di joni nei metalli incandescenti si traduce in una essenziale diversità di comportamento. Consideriamo da vicino l'emissione di elettroni. Questi sono sempre presenti nel metallo e la loro emissione è subordinata soltanto alla temperatura e all'intensità del campo elettrico. Talchè se fra due elettrodi, di cui quello negativo sia rovente, si stabilisce una conveniente differenza di potenziale è da ritenere che l'emissione di joni negativi sia tanto copiosa da determinare una corrente relativamente intensa fra i due elettrodi.

Se non che aumentando la differenza di potenziale al di là di certi limiti, la dissociazione per urti delle molecole gassose acquista importanza preponderante. Da essa ha origine un numero di joni estremamente grande rispetto a quello che può essere emesso dagli elettrodi nello stesso tempo, e così si ha la scarica esplosiva.

Per evitare che ciò avvenga non v'è altro mezzo che elevare grandemente l'intensità del campo elettrico soltanto alla superficie del catodo e mantenere valori moderati al campo nelle regioni non aderenti al catodo stesso.

Tali condizioni si possono realizzare per mezzo di un elettrodo a punta in comunicazione con il polo negativo; quindi ho creduto degno di osservazione ciò che succede in questo caso.

Ho costruito all'uopo uno spinterometro del quale un elettrodo era formato da un filo di platino e l'altro da una sfera di ottone. Il filo di pla-

tino era piegato ad angolo vivo e così funzionava da punta; esso poteva essere reso incandescente per mezzo di una corrente elettrica ed era posto in comunicazione con il polo negativo di una macchina elettrostatica, mentre la sfera era in comunicazione con il polo positivo. In condizioni ordinarie il campo elettrico assai intenso in prossimità della punta aveva per effetto di imprimere agli joni positivi una tale velocità da dissociare le molecole neutre del gas. Questo processo localizzato nelle immediate vicinanze del filo si rivelava con la stelletta caratteristica della scarica da una punta negativa.

Ma appena si arroventava il filo di platino il fenomeno luminoso non era più limitato alla superficie del catodo, ma si cambiava in un effluvio violaceo che attraversava da un elettrodo all'altro l'intervallo della scarica; questa però era silenziosa e non assumeva mai il carattere di scintilla.

Secondo quanto è stato stabilito sopra, in queste condizioni gli elettroni che, sotto l'impulso della temperatura, arrivano alla superficie del metallo dotati di una certa forza viva sono estratti, per l'azione del campo esterno, dal metallo stesso. Essi operano un trasporto di elettricità in seguito al quale si ha un abbassamento notevole del campo elettrico. In queste circostanze le dissociazioni avranno ancora luogo e forniranno degli joni alla scarica; ma essi di fronte al numero di elettroni che escono continuamente dal catodo sono ben poca cosa. La scarica è operata quasi totalmente dagli joni negativi e così essa non ha modo di assumere il carattere esplosivo della scintilla.

Giova notare che la scarica che si provoca in queste condizioni ha tutte le caratteristiche dell'arco voltaico. Infatti anche qui come nell'arco gli joni negativi escono dal catodo incandescente e mantengono quasi da soli la conduzione dell'elettricità fra gli elettrodi (1). Nelle loro linee schematiche i due fenomeni sono identici; essi differiscono nelle circostanze accessorie per la diversità delle loro proporzioni. In particolare nell'arco gli joni positivi formati per urto sulle molecole gassose sono quelli che, precipitandosi sul catodo lo mantengono incandescente e lo pongono così in grado di emettere un numero di elettroni sufficiente alla conduzione; nella scarica per effluvio studiata qui sopra, il riscaldamento è ottenuto indipendentemente dal fenomeno della scarica. Per questa ragione la scarica ad effluvio non ha bisogno dell'adescamento che è indispensabile nel caso dell'arco voltaico.

7. Ben diversamente si presenta il fenomeno nel caso che la punta sia positiva. Allora l'elettrodo contiene gli joni positivi generati dalla dissociazione degli atomi gassosi inclusi nel metallo. E anche in questo caso il campo elettrico esterno può estrarre quegli joni che nei loro movimenti raggiungono la superficie dell'elettrodo; ma il numero di questi è subordinato alla massa

(1) A. Occhialini, *I gas compressi come dielettrici e come conduttori*. Pisa, Mariotti, 1906, pag. 117.

totale di gas assorbito dal metallo e in ogni caso è incomparabilmente minore di quello degli elettroni che si trovano nelle stesse condizioni quando la punta è negativa.

Ne segue che con l'aumentare della forza elettrica esterna allorchè l'elettrodo è positivo, non c'è mai da aspettarsi quel considerevole aumento di joni che si è riscontrato quando l'elettrodo era negativo. Perciò la grande intensità che ha il campo in prossimità di una punta non può servire, nel caso che questa sia positiva, a estrarre tanti joni da bastare alla scarica; così che un arco costituito di soli joni positivi con questo mezzo non è realizzabile.

Tuttavia gli joni che escono da una punta metallica riscaldata non possono essere senza azione sopra l'effluvio positivo uscente da essa; giacchè per effetto di questi joni la distribuzione del campo intorno all'elettrodo viene profondamente modificata. Infatti nelle condizioni ordinarie di temperatura la regione aderente alla punta è in prevalenza occupata dagli joni negativi. Questo fa che si abbiano di fronte due cariche di segni opposti vicinissime: quella positiva della punta e quella negativa del gas. Fra l'una e l'altra si realizza in conseguenza un intenso campo elettrico nel quale i centri elettrizzati assumono l'energia necessaria per dissociare le molecole neutre e per fornire un numero di joni atto a operare la scarica fra gli elettrodi. Ma appena la punta viene riscaldata, un certo numero di joni positivi attraversa la regione occupata in precedenza dagli joni negativi, li neutralizza in parte e diminuisce l'intensità della forza elettrica nelle regioni aderenti al catodo. Allora da un lato le dissociazioni avvengono meno frequentemente e con ciò si diminuisce il numero degli joni che operano la scarica; dall'altro i nuovi joni estratti dall'elettrodo sono troppo pochi per supplire quelli perduti. Quindi l'effetto prevedibile del riscaldamento di una punta elettrizzata positivamente è di rendere più difficile la scarica.

8. L'esperienza verifica completamente queste previsioni. Usando lo spinterometro descritto sopra e mettendo l'elettrodo appuntito in comunicazione con il polo positivo della macchina e l'altro elettrodo col polo negativo, ho verificato che il riscaldamento ha un'azione impedente sull'effluvio positivo. Il fiocco caratteristico di quest'ultimo viene in tal caso eliminato e sostituito da una scintilla; nello stesso tempo il potenziale esplosivo viene aumentato notevolmente.

Qui sotto ho riportato i risultati delle misure del potenziale esplosivo fatte in queste condizioni per mezzo di un elettrometro del Righi:

Corrente riscaldante	Potenziale esplosivo in unità arbitrarie
0 Amp.	25.1
14.25 »	30.1

L'apparizione della scintilla al posto dell'effluvio è una conseguenza naturale della cessata produzione di joni per urto in vicinanza della punta. Infatti in tal caso la scarica si arresta, il potenziale fra gli elettrodi cresce finchè i joni presenti, assumendo velocità sufficientemente alte, acquistano energia sufficiente da dissociare il gas in tutto l'intervallo della scarica. Ma allora la scarica è, come ha dimostrato il Towsend (1), esplosiva.

9. Fin qui mi sono limitato a considerare la dispersione semplice dagli elettrodi caldi: la dispersione complicata da dissociazioni per urto formerà l'argomento di una prossima Nota nella quale esporrò le particolarità presentate dalla scintilla fra elettrodi incandescenti.

Fisica terrestre. — *Saggio di una nuova formola empirica per rappresentare il modo di variare della radiazione solare col variare dello spessore atmosferico attraversato dai raggi* (2). Nota di A. Bemporad, presentata dal Corrispondente A. Riccò.

4. *Applicazione della formola IV alle osservazioni attinometriche eseguite nell'Osservatorio di Catania il 18 Agosto 1904.* — Nel detto giorno vennero da me eseguite nell'Osservatorio astrofisico di Catania osservazioni attinometriche continuate dal levar del sole fino alla culminazione meridiana con un attinometro di Arago (coppia di termometri, l'uno a bulbo ordinario, l'altro a bulbo affumicato, racchiuso ciascuno in un inviluppo di vetro, dov'è praticato il vuoto). Ho cercato di rappresentare colle quattro formole (I ... IV) indicate nella precedente nota i valori osservati della intensità della radiazione, ammessa come proporzionale alla differenza delle letture ai due termometri. Per determinare il valore di n relativo alla formola IV, ho ricavato dalla tabella comunicata sopra i valori di ε, $\varepsilon^{0,9}$, ..., $\varepsilon^{0,5}$ corrispondenti alle distanze zenitali delle due osservazioni estreme e di una intermedia, e precisamente:

	Intensità della radiazione	Distanza zenitale apparente	Potenze dello spessore atmosferico attraversato					
			ε	$\varepsilon^{0,9}$	$\varepsilon^{0,8}$	$\varepsilon^{0,7}$	$\varepsilon^{0,6}$	$\varepsilon^{0,5}$
1ª osservazione	$q_1 = 0°,36$	$z_1 = 89°,40$	31,13	22,07	15,65	11,10	7,87	5,59
2ª »	$q_2 = 4,60$	$z_2 = 80,14$	5,67	4,77	4,01	3,37	2,83	2,38
3ª »	$q_3 = 10,30$	$z_3 = 24,36$	1,09	1,09	1,07	1,06	1,06	1,05

(1) Phil. Mag., vol. 8, 1904, pag. 738.

(2) V. nota precedente a p. 66.

Ho poi formato i valori di

$$\frac{\log q_2 - \log q_1}{\log q_3 - \log q_2} \quad \text{e di} \quad \frac{\varepsilon_1^n - \varepsilon_2^n}{\varepsilon_2^n - \varepsilon_3^n}$$

per $n = 1{,}0\ ,\ 0{,}8\ \ldots\ 0{,}5$, ottenendo rispettivamente

$$\log \frac{\log q_2 - \log q_1}{\log q_3 - \log q_2} = 0{,}5000$$

n =	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$\log \frac{\varepsilon_1^n - \varepsilon_2^n}{\varepsilon_2^n - \varepsilon_3^n}$ =	0,7449	0,6722	0,5977	0,5246	0,4544	0,3826

Secondo il criterio stabilito nel § 3 il valore da scegliere per n sarà compreso fra 0,7 e 0,6, e dovrà stare a questi due numeri molto prossimamente, come 0,500 sta a 0,525 e 0,454. Abbiamo scelto pertanto il valore $n = \frac{2}{3}$, ossia la formola di ragguaglio

$$\log q = a - b \sqrt[3]{\varepsilon^2}.$$

Ecco ora le rappresentazioni ottenute colle formole sopraddette di Pouillet (I), di Crova (II), di Bartoli (III) e con quest'ultima (IV)

Valori ottenuti per le costanti a *e* b (*secondo il met. dei m. q.*).

Formola	I	II	III	IV
a	0,9868	1,4823	1,1774	1,1843
$\log b$	8,6922	0,0661	9,9718	9,2208

Valori osservati della radiazione e valori calcolati secondo le varie formole.

T. m. Catania 1904 Ag. 18	Distanza zenitalo		Spessore atmosferico ε	Valore osservato della radiazione	Valori calcolati della radiazione			
	z vera	z app.			Form. I	Form. II	Form. III	Form. IV
h m								
5 25	89°,84	89°,40	31,127	0°,36	0°,28	0°,53	0°,60	0°,35
5 31	88, 78	88, 45	22, 559	0, 70	0, 75	0, 77	0, 81	0, 72
5 39	87, 24	87, 01	15, 400	1, 41	1, 69	1, 17	1, 16	1, 43
5 45	86, 08	85, 90	12, 202	1, 95	2, 43	1, 50	1, 44	2, 10
6 15	80, 23	80, 14	5, 673	4, 60	5, 10	3, 33	2, 96	4, 52
7 6	70, 00	69, 94	2, 885	7, 00	6, 99	6, 25	5, 58	7, 04
10 0	36, 91	36, 90	1, 249	9, 85	8, 42	11, 82	12, 22	9, 81
12 0	24, 37	24, 36	1, 097	10, 30	8, 57	12, 82	13, 80	10, 17
Valor medio degli (O-C)					± 0,57	± 0,93	± 1,25	± 0,06

Come si vede dai valori O-C e meglio ancora dalla rappresentazione grafica (v. fig. 1), la formola IV si adatta in modo quasi perfetto alle nostre osservazioni, ammontando il Val. medio (O-C) appena a mezzo decimo di grado, che è l'errore di stima inevitabile inerente alle letture attinometriche,

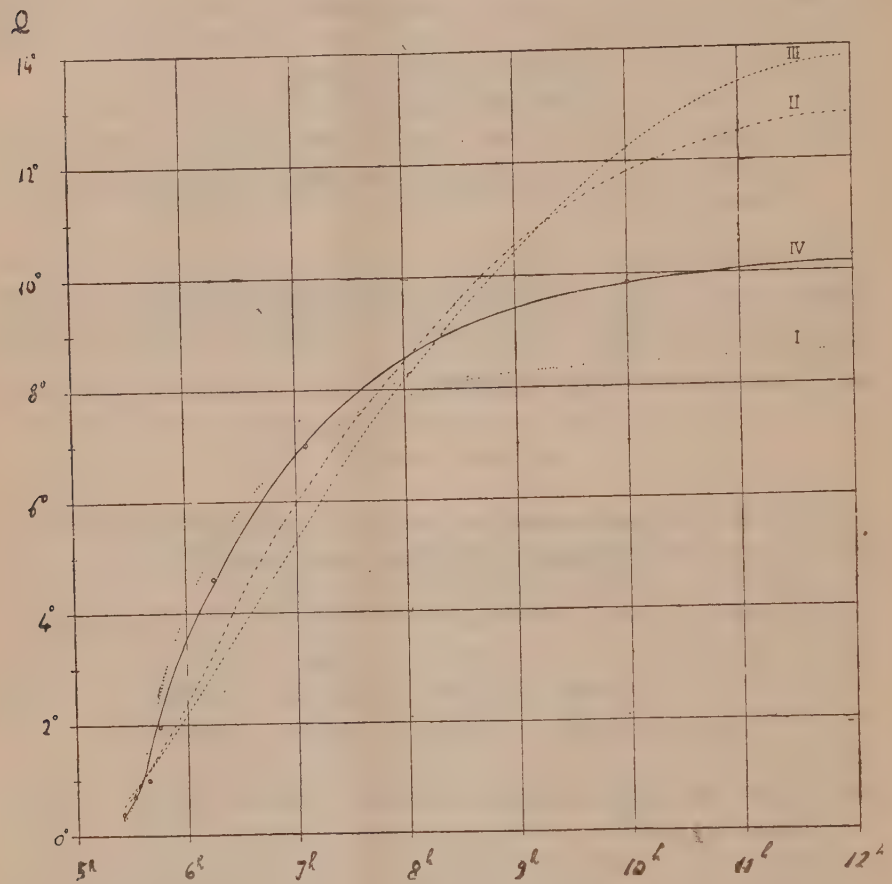


Fig. 1.

I. Curva di ragguaglio corrispondente alla formola di Pouillet
II. » » » » Crova
III. » » » » Bartoli
IV. » » » alla nuova formola.

essendo i due termometri divisi in mezzi gradi. Invece le prime tre formole lasciano residui dieci e venti volte più grandi (da mezzo grado a più di un grado C in media) e presentano un andamento del tutto diverso (v. fig.) da quello osservato della intensità della radiazione. Può sorprendere a prima vista, che malgrado le riduzioni coi m. q. le dette tre formole si adattino così male alle osservazioni, vale a dire che le relative curve rappresenta-

tive si discostino così inegualmente dagli otto punti di riferimento, dimodochè le somme dei valori O-C risultano in tutti e tre i casi fortemente positive o fortemente negative. In realtà però la condizione $\Sigma(O\text{-}C) = 0$ è soddisfatta in tutti e tre i casi, se si formano gli O-C pei valori di $\log q$, anzichè per valori di q, e questo è naturale, perchè le equazioni di condizione nelle a e b contengono come termini noti $log\, q$ e non già q.

5. *Applicazione della formola IV ad altre serie di osservazioni negli Osservatori di Catania e dell'Etna e all'isola di Teneriffa* (Ångström). — Potrebbe nascere il sospetto, che questo andamento della curva della radiazione solare fosse peculiare della giornata e del luogo d'osservazione, o anche, in parte almeno, dipendente dai mezzi d'osservazione impiegati. Credo quindi opportuno comunicare qui appresso altre applicazioni della nostra formola ad osservazioni fatte in tempi e luoghi diversi e soprattutto con istrumenti di altissima precisione, come quelli adoperati da K. Ångström nelle sue note osservazioni pireliometriche all'isola di Teneriffa. I quadri seguenti danno i risultati di queste applicazioni, dove si noterà la piccolezza degli O-C e l'assenza di un andamento sistematico, come si ha invece colle altre formole suaccennate, per le quali comunico parimente i valori O-C. È da notare però, che in queste applicazioni della formola IV ci limitammo sempre a prendere n in decimi, così da poter ricavare il massimo utile dalla tabella precedente (rilevandone a vista i valori di ε^n). È probabile quindi, che determinando n con maggiore approssimazione (mediante il criterio superiormente fornito) possano ottenersi in qualche caso delle rappresentazioni anche migliori di quelle qui date, che pure sono del tutto soddisfacenti. Aggiungerò per la chiarezza, che i valori della intensità q della radiazione per le serie di osservazioni ottenute negli Osservatori di Catania e dell'Etna sono espressi (come sopra) in gradi C, mentre le q relative alle serie di osservazioni di Ångström sono espresse in piccole calorie. Come si vede, il valor medio degli (O-C) in queste ultime serie non supera mai, per le riduzioni colla formola IV, il *centesimo* di piccola caloria. Tutte le riduzioni, sia colla formola IV, sia colle altre, vennero eseguite secondo il metodo dei m. q.

Osservazioni eseguite (1) *nell'Osservatorio astrofisico di Catania il 13 Settembre 1904.*

Formole rappresentative ottenute:

IV. $\lg(q + 0°,01) = 1{,}1583 - [9{,}0439]\,\varepsilon^{0,9}$ [Form. IV

I. $\lg q = 1{,}0814 - [8{,}8957]\,\varepsilon$ [Pouillet

III. $\lg q = 1{,}8234 - [0{,}2232]\lg\varepsilon$ [Bartoli

Dist. zenit. apparente	Spessore atmosf. ε	Intens. q della radiazione	Valori dei residui O-C		
			Form. IV	Form. I	Form. III
88°23′,2	22,130	0°,21	— 3	— 1	— 17
87 27,8	17,173	0, 59	+ 6	+ 5	+ 2
86 31,4	13,831	0, 95	0	— 4	+ 13
85 34,0	11,470	1, 55	+10	+ 4	+ 42
84 35,1	9,722	2, 08	+ 9	+ 1	+ 59
80 41,7	5,989	3, 76	— 25	— 32	+ 42
79 42,7	5,453	4, 34	— 11	— 15	+ 43
78 43,8	5,005	4, 82	— 3	— 5	+ 31
77 44,9	4,625	5, 11	— 12	— 11	— 4
76 45,9	4,298	5, 60	+ 2	+ 6	— 22
75 46,9	4,015	5, 96	+ 6	+13	— 56
74 48,1	3,768	6, 28	+ 8	+18	— 122
72 50,7	3,348	6, 85	+10	+27	— 198
Val. med. dei residui			± 0,08	± 0,11	± 0,50

Osservazioni eseguite (2) *all'Osservatorio Etneo il 13 Settembre 1904.*

Formole rappresentative ottenute:

IV. $\lg(q + 0°,02) = 1{,}0791 - [8{,}6359]\,\varepsilon^{0,9}$ [Form. IV

I. $\lg q = 1{,}0274 - [8{,}4589]\,\varepsilon$ [Pouillet

Dist. zenit. apparente	Spessore atmosf. ε	Intens. q della radiazione	Valori dei residui O-C	
			Form. IV	Form. I
90°16′,3	44,824	0°,52	— 3	— 3
89 24,6	31,209	1, 50	+19	+15
88 30,4	22,955	2, 35	+11	+ 2
87 34,4	17,657	3, 13	— 6	— 18
84 41,9	9,897	5, 25	— 21	— 28
83 43,4	8,556	5, 95	— 6	— 9
82 44,8	7,524	6, 48	— 1	+ 1
81 46,1	6,707	6, 88	— 1	+ 5
80 47,5	6,047	7, 30	+ 6	+16
79 48,6	5,501	7, 60	+ 7	+20
Val. med. dei residui			± 0,08	± 0,12

(1) Dal prof. L. Mendola.

(2) Dallo scrivente.

Osservazioni eseguite (1) *nell'Osservatorio astrofisico di Catania il 14 Settembre 1904.*

Formole rappresentative ottenute:

IV. $\lg q\,(q - 0°,04) = 1{,}4339 - [9{,}4572]\,\varepsilon^{0,6}$ [Form. IV

I. $\lg q = 1.0127 - [8{,}8243]\,\varepsilon$ [Pouillet

Dist. zenit. apparente	Spessore atmosf. ε	Intens. q della radiazione	Valori dei residui O-C	
			Form. IV	Form. I
88°32′,2	23,170	0°,45	+ 6	+ 16
87 37, 2	17,870	0, 58	+ 2	— 8
86 41, 0	14,314	0, 90	— 19	— 54
85 43, 6	11,811	1, 37	— 16	— 31
84 45, 7	9,998	1, 84	— 16	— 38
83 47, 4	8,638	2, 40	— 9	— 33
82 49, 0	7,593	2, 85	— 12	— 36
81 50, 1	6,756	3, 54	+ 9	— 11
80 51, 6	6,089	3, 96	+ 6	— 8
79 52, 6	5,539	4, 52	+ 18	+ 12
78 53, 7	5,075	4, 88	+ 11	+ 16
77 54, 7	4,683	5, 19	+ 2	+ 18
76 55, 6	4,349	5, 63	+ 6	+ 35
75 57, 0	4,061	6, 03	+ 11	+ 51
74 58, 3	3,809	6, 20	— 7	+ 47
73 0, 7	3,390	7, 03	+ 11	+ 91
71 3, 7	3,058	7, 53	+ 2	+ 109
Valore medio dei residui			± 0,10	± 0,36

Osservazioni eseguite (2) *all'Osservatorio Etneo il 14 Settembre 1904.*

Formole rappresentative ottenute:

I. $\lg q = 1{,}1344 - [8{,}7711]\,\varepsilon^{0,8}$ [Form. IV

II. $\lg q = 1{,}0396 - [8{,}4157]\,\varepsilon$ [Pouillet

Dist. zenit. apparente	Spessore atmosf. ε	Intens. q della radiazione	Valori dei residui O-C	
			Form. IV	Form. I
90°25′,3	48,150	0°,60	— 7	— 1
89 33, 8	37,953	1, 35	+ 22	+ 22
88 39, 8	34,113	2, 37	— 4	— 21
87 44, 0	18,408	3, 18	— 19	— 45
86 47, 4	14,454	4, 18	— 13	— 42
85 49, 7	12,039	5, 10	+ 6	— 22
84 51, 7	10,161	5, 72	0	— 24
83 53, 3	8,760	6, 33	+ 3	— 15
82 54, 8	7,680	6, 73	— 7	— 18
81 55, 9	6,829	7, 18	— 6	— 10
80 57, 4	6,152	7, 57	— 5	0
79 58, 6	5,590	7, 90	— 5	+ 6
78 59, 8	5,119	8, 23	— 2	+ 17
78 0, 8	4,720	8, 50	— 1	+ 25
77 2, 0	4,382	8, 75	0	+ 33
76 3, 4	4,092	9, 08	+ 12	+ 51
75 4, 8	3,835	9, 32	+ 17	+ 62
74 6, 1	3,610	9, 48	+ 16	+ 66
Valore medio dei residui			± 0,08	± 0,26

(1) Dal prof. L. Mendola.
(2) Dallo scrivente.

Osservazioni eseguite in Cañada (Teneriffa, 2125^m) il 29 Giugno 1897 (1).

Formole rappresentative ottenute:

IV. $\lg q = 0{,}2489 - [8{,}8217]\,\varepsilon^{0{,}8}$ [Form. IV

II. $\lg q = 0{,}2835 - [9{,}5173]\,\lg(1+\varepsilon)$ [Crova

Dist. zenit. apparente	Spessore atmosf. ε (2)	Intens. q della radiazione	Valori dei residui O-C Form. IV	Form. II
79°47′,0	4,312	1,086	+ 1	— 23
74 26, 4	2,895	1,235	— 6	+ 7
68 8, 2	2,097	1,343	— 3	+ 19
61 43, 7	1,653	1,413	+ 1	+ 20
55 15, 0	1,375	1,472	+ 16	+ 27
42 9, 4	1,058	1,516	+ 4	+ 1
28 57, 6	0,898	1,546	+ 4	— 10
5 16, 9	0,789	1,545	— 18	— 41
Valor medio dei residui			± 7	± 19

Osservazioni eseguite in Guimar (Teneriffa, 360^m) il 3 Luglio 1897 (1).

Formole rappresentative ottenute:

IV. $\lg q = 0{,}2271 - [8{,}9627]\,\varepsilon^{0{,}7}$ [Form. IV

II. $\lg q = 0{,}2818 - [9{,}6488]\,\lg(1+\varepsilon)$ [Crova

Dist. zenit. apparente	Spessore atmosf. ε (2)	Intens. q della radiazione	Valori dei residui O-C Form. IV	Form. II
82°56′,3	7,418	0,721	+ 7	— 20
81 19, 4	6,146	0,796	+ 2	— 1
74 31, 8	3,567	0,992	— 16	+ 19
68 24. 8	2,599	1,103	— 14	+ 22
62 13, 3	2,056	1,190	+ 1	+ 27
55 31, 7	1,696	1,252	+ 9	+ 22
42 27. 2	1,301	1,293	— 15	— 27
29 1, 5	1,100	1,363	+ 17	— 12
5 26, 9	0,966	1,385	+ 12	— 31
Valor medio dei residui			± 10	± 20

Osservazioni eseguite in Guimar (Teneriffa, 360^m) il 2 Luglio 1897) (1).

Formole rappresentative ottenute:

IV. $\lg q = 0{,}2546 - [9{,}0346]\,\varepsilon^{0{,}7}$ [Form. IV

II. $\lg q = 0{,}3048 - [9{,}6923]\,\lg(1+\varepsilon)$ [Crova

Dist. zenit. apparente	Spessore atmosf. ε (2)	Intens. q della radiazione	Valori dei residui O-C Form. IV	Form. II
81°17′,5	6,149	0,730	— 9	— 36
75 7, 7	3,715	0,987	+ 29	+ 47
68 11, 8	2,585	1,095	— 12	+ 19
62 12, 4	2,065	1,189	+ 1	+ 27
56 22, 7	1,740	1,235	— 10	+ 7
42 25, 2	1,307	1,327	— 3	— 10
30 46, 5	1,125	1,364	— 7	— 28
5 26, 9	0,970	1,419	+ 12	— 25
Valor medio dei residui			± 10	± 25

Osservazioni eseguite in Alta Vista (Teneriffa, 3252^m) il 3 Luglio 1897 (1).

Formole rappresentative ottenute:

IV. $\lg q = 0{,}2699 - [8{,}8868]\,\varepsilon^{0{,}7}$ (Form. IV

II. $\lg q = 0{,}3110 - [9{,}5775]\,\lg(1+\varepsilon)$ (Crova

Dist. zenit. apparente	Spessore atmosf. ε (2)	Intens. q della radiazione	Valori dei residui O-C Form. IV	Form. II
86°19′,5	9,062	0·816	+ 4	— 39
80 44, 1	4,106	1,138	— 17	+ 33
74 1 , 7	2,496	1,340	+ 11	+ 65
64 0, 4	1,812	1,421	— 1	+ 36
61 9, 8	1,411	1,487	+ 1	+ 19
55 6, 1	1,191	1,525	+ 2	+ 3
42 13, 4	0,920	1,580	+ 5	— 20
27 29, 7	0,769	1,611	+ 5	— 38
5 23, 9	0.685	1,617	— 7	— 63
Valor medio dei residui			± 6	± 39

(1) Dalla memoria di K. Ångström. *L'intensité de la radiation solaire à differentes altitudes.* Upsala 1900.

(2) In questi valori di ε è tenuto conto dell'altezza barometrica B delle singole stazioni, vale a dire si ammisero per gli spessori atmosferici corrispondenti a varie distanze zenitali i valori risultanti dalla tavola citata nella precedente nota (pag. 2), moltiplicati per B : 760.

Chimica. — *Sui nitroderivati aromatici* [1]. Nota di R. Ciusa, presentata dal Socio G. Ciamician.

È noto che gli alogeno nitroderivati aromatici si differenziano dai semplici derivati alogenici aromatici per la facilità con cui l'alogeno può reagire: un atomo di alogeno in posizione *orto* (meno in *para*, ancor meno in *meta*) rispetto ad un gruppo nitrico può essere infatti facilmente sostituito coll'idrossile o col residuo amidico [2]. Questa reattività dell'atomo di alogeno in presenza dei gruppi nitrici fu messa in evidenza da alcune reazioni studiate e descritte da me in una Nota precedente [3]. In quella Nota ho mostrato come il cloruro di picrile reagendo sul fenilidrazone della aldeide propionica, sulla benzal- e piperonalazina e sulla benziliden- e cinnamilidenanilina — a differenza del modo di comportarsi coi fenilidrazoni delle aldeidi aromatiche, colle quali si addiziona [4] — mette in libertà una molecola di aldeide, formando rispettivamente il trinitroidrazobenzolo, trinitrofenilidrazone dell'aldeide benzoica e piperonilica e picrilanilina

$$C_6H_2(NO_2)_3Cl + C_6H_5NH.N:CHC_2H_5 + H_2O = C_2H_5CHO + HCl + \\ + C_6H_5NH.NHC_6H_2(NO_2)_3$$

$$C_6H_2(NO_2)_3Cl + C_6H_5CH:N.N:CHC_6H_5 + H_2O = C_6H_5CHO + HCl + \\ + C_6H_2(NO_2)_3.NH.N:CHC_6H_5$$

$$C_6H_2(NO_2)_3Cl + C_6H_5CH:NC_6H_5 + H_2O = C_6H_2(NO_2)_3NHC_6H_5.$$

Io ora ho ripreso ed esteso queste ricerche.

In una prima serie di esperienze ho studiato l'azione del cloruro di picrile sull'acetonazina, sul s-trinitrofenilidrazone, 2,4 dinitrofenilidrazone e p-nitrofenilidrazone dell'acetone. Lo scopo immediato di queste esperienze era di vedere in primo luogo se la reazione sulla acetonazina portasse all'esanitroidrazobenzolo, mettendosi in libertà due molecole di acetone, e secondariamente di vedere se la presenza dei gruppi nitrici nella molecola degli idrazoni ne ritardasse l'idrolisi. Il risultato delle esperienze fu il seguente: il cloruro di picrile agisce sull'acetonazina mettendo in libertà una sola molecola di acetone e formando il trinitrofenilidrazone dell'acetone, sul quale non agisce ulteriormente; reagisce invece assai facilmente sul dinitro- e mo-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Bologna.
(2) Berichte *24*, 2101.
(3) Questi Rendiconti XV, II, 238; Gazzetta chimica *37*, 214.
(4) Questi Rendiconti, XVI, 1° 409.

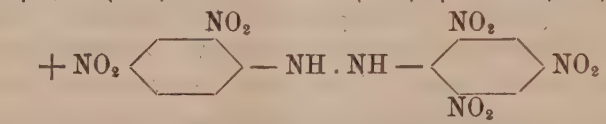
nonitrofenilidrazone dell'acetone mettendo in libertà acetone con formazione rispettivamente del 2,4,6,2',4'-pentanitroidrazobenzolo, e 2,4,6,4'-tetranitroidrazobenzolo.

In una seconda serie di esperienze fu studiato il comportamento del 1,2,4-clorodinitrobenzolo. Questo cloronitroderivato si comporta in modo perfettamente analogo al cloruro di picrile: reagendo sulla benzalazina, acetonazina e benzilidenanilina fornisce rispettivamente dinitrofenilidrazone dell'aldeide benzoica e dell'acetone e dinitrodifenilamina.

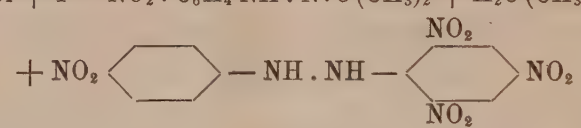
Tutte queste reazioni per metterne meglio in evidenza l'andamento si possono rappresentare colle seguenti equazioni

$$C_6H_2(NO_2)_3Cl + (CH_3)_2C:N.N:C(CH_3)_2 + H_2O = (CH_3)_2CO + HCl + C_6H_2(NO_2)_3NH\,N:C(CH_3)_2$$

$$C_6H_2(NO_2)_3Cl + 2,4-(NO_2)_2C_6H_3NH.N:C(CH_3)_2 + H_2O = (CH_3)_2CO + HCl +$$



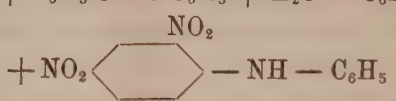
$$C_6H_2(NO_2)_3Cl + 4-NO_2.C_6H_4NH.N:C(CH_3)_2 + H_2O\,(CH_3)_2CO + HCl +$$



$$C_6H_3(NO_2)_2Cl + C_6H_5CH:N\,N:CH\,C_6H_5 + H_2O = C_6H_5CHO + HCl + C_6H_3(NO_2)_2NH.N:CH\,C_6H_5$$

$$C_6H_3(NO)_2Cl + (CH_3)_2C:N.N:C(CH_3)_2 + H_2O = (CH_3)_2CO + HCl + C_6H_3(NO_2)_2NH.N:C(CH_3)_2$$

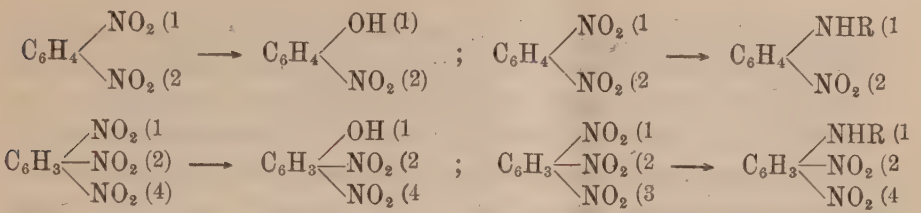
$$C_6H_3(NO_2)_2Cl + C_6H_5CH:N\,C_6H_5 + H_2O = C_6H_5CHO + HCl$$



Con queste reazioni io credo di aver messo in chiaro ancora meglio la reattività dell'atomo di cloro sia nel cloruro di picrile sia nel 1,2,4-clorodinitrobenzolo. Ma questa reattività non è propria solamente degli alogeni ma anche di altri gruppi (negativi) che eventualmente li sostituissero. In particolar modo un gruppo NO_2 stesso in posizione *orto* rispetto ad un altro gruppo nitrico si comporta analogamente all'atomo di cloro: l'o-dinitrobenzolo (1) e l'as-trinitrobenzolo (2) reagiscono con la massima facilità con la

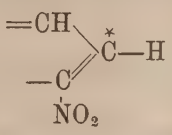
(1) Berichte. *11*, 1155.
(2) Annalen. *215*, 361.

potassa, con l'ammoniaca o con un'amina sostituendo un gruppo nitrico con l'idrossile, col residuo NH_2 od NHR.



Anche l'atomo di idrogeno stesso in posizione *orto* rispetto ad un gruppo nitrico pare acquisti una reattività speciale: la facilità con cui il trinitro benzolo simmetrico, ed il m-dinitrobenzolo passano per ossidazione rispettivamente ad acido picrico e dinitrofenolo (1) stà molto facilmente in relazione coll'influenza dei gruppi nitrici su un atomo di idrogeno in posizione *orto* rispetto ad un gruppo nitrico.

Un'altra proprietà notevole dei nitro-derivati aromatici che dipende dall'influenza dei gruppi nitrici, e che si collega molto intimamente alla reattività più sopra studiata (2) è quella trovata da Bruni (3) di essere fortemente dissociati in soluzione formica. Questa dissociazione si può spiegare ammettendo che in un nitroderivato aromatico, che indico così



l'atomo di idrogeno od un alogeno od un gruppo nitrico uniti all'atomo di carbonio segnato con asterisco si trovino in soluzione formica allo stato di ione. Il gruppo metilico invece che è unito alla molecola dei nitro derivati allo stesso modo con cui è unito p. es. nel toluolo, non si trova allo stato di ione, ciò che stà in accordo col fatto che il trinitromesitilene non è in soluzione formica affatto dissociato.

Tutto ciò che ho detto sinora sta a dimostrare che l'atomo di idrogeno di alogeno ad un gruppo nitrico (in posizione *orto* rispetto ad un gruppo nitrico) sono uniti alla molecola di un nitroderivato aromatico in un modo del tutto speciale. In altre parole la valenza colla quale questi atomi o gruppi di atomi sono legati alla molecola non pare sia la valenza solita del carbonio.

Mi riservo di tornare sopra questo argomento quando alcune ricerche che ho in corso saranno ultimate.

(1) Annalen, *215*, 356.
(2) P. Walden, *Abnorme Elektrolyte*, Zeitschrift f. Phy. *43*, 305.
(3) Gazzetta chim. *30*, II, 76, 317; *34*, II, 479.

Parte sperimentale.

1. *Azione del cloruro di picrile sull'acetonazina.* — Ad una soluzione alcoolica di acetonazina (1 mol.) si aggiunge una soluzione alcoolica di cloruro di picrile (2 mol.) sciolto nella più piccola quantità di alcool bollente, ed il miscuglio si fa bollite a ricadere per due ore. Per raffreddamento si separano dei cristalli aghiformi gialli, che fondono a 130°, del trinitrofenilidrazone dell'acetone.

Gr. 0,2207 di sostanza diedero 45,6 ccm. di N misurati a 12° e 756 mm.

$(NO_2)_3\,C_6H_2\,NH\,N:C(CH_3)_2$; Calc. N:24,73 ; Trovato 24,40.

Purgotti (1) e Curtius e Dedichen (2) che preparano quasi contemporaneamente questo idrazone trovano 125° per punto di fusione. Per accertarmi dell'identità del mio corpo col trinitro fenilidrazone dell'acetone l'ho fatto bollire con acido cloridrico; si mette in libertà acetone ed in soluzione rimane il cloridrato della trinitrofenilidrazina. Per aggiunta di aldeide benzoica, infatti, alla soluzione fredda del cloridrato si ha immediatamente il benzaltrinitrofenilidrazone fondente a 272-273° (3). Ad ogni modo è noto che negli idrazoni il punto di fusione è sommamente influenzato dal modo di riscaldamento.

Nelle acque madri della reazione si riscontra facilmente acetone ed acido cloridrico.

Facendo reagire ulteriormente fra di loro cloruro di picrile e trinitrofenilidrazone dell'acetone non si ha alcun risultato (4).

2. *Azione del cloruro di picrile sul dinitrofenilidrazone dell'acetone.* — Gr. 3,65 di dinitrofenilidrazone dell'acetone sciolti in pochissimo alcool bollente si fanno bollire a ricadere con una soluzione alcoolica concentrata di gr. 4 di cloruro di picrile. Dopo circa un quarto d'ora di ebullizione comincia a separarsi una sostanza cristallina gialla che finisce per impedire totalmente l'ebullizione. Si filtra a caldo ed il liquido filtrato si fa bollire ancora col che si separano altra quantità di sostanza.

Questa sostanza è pochissimo solubile in alcool anche a caldo, si scioglie meglio in acido acetico glaciale, acetone ed etere acetico. Si purifica sciogliendola in etere acetico ed aggiungendo a caldo un eccesso di alcool con

(1) Gazzetta chim. *24*, 1, 569.

(2) Journal f. pract. Chemie [2], *50*, 274.

(3) Questi Rendiconti, XV, II, 238.

(4) Per azione del cloruro di picrile sull'acetaldazina si mette in libertà aldeide acetica e si ottengono piccole quantità di una sostanza cristallina, che contiene cloro fondente a 123° e che contiene il 18,06 di N %.

alcune goccie di acido acetico. All'analisi dà dei numeri corrispondenti a quelli richiesti da un pentanitroidrazobenzolo

gr. 0,1316 di sostanza diedero gr. 0,1688 di CO_2 e gr. 0,0288 di H_2O
gr. 0,1162 di sostanza diedero 25,6 ccm. di N misusati a 29° e 754 mm.

$C_{12}H_7O_{10}N_7$	Calc. C: 35,20	;	H: 1,71	; N: 23,96
	Trovato C: 34,98	;	H: 1,93	; N: 23,73.

Questo 2,4,6,2',4'-pentanitroidrazobenzolo cristallizza in tavole microscopiche giallo-dorate fondenti a 226° con decomposizione. Le sue soluzioni per aggiunta di un alcali anche in piccolissima quantità si colorano in violetto scuro intenso: è bene perciò aggiungere nella cristallizzazione alcune goccie di acido acetico alla soluzione.

Nelle acque madri della reazione si riscontra acetone ed acido cloridrico: il rendimento è quasi quantitativo.

3. *Azione del cloruro di picrile sul p-nitrofenilidrazone dell'acetone.* — Quantità equimolecolari di cloruro di picrile e di p-nitrofenilidrazone dell'acetone in soluzione alcoolica concentrata si fanno bollire a ricadere per due ore. Per raffreddamento ed in parte anche durante l'ebullizione stessa si separa una sostanza cristallina che fu purificata sciogliendola a caldo in poco etere acetico ed aggiungendo un eccesso di alcool.

All'analisi si ebbero dei numeri che concordano con quelli richiesti da un tetranitroidrazobenzolo:

gr. 0,1492 di sostanza diedero gr. 0,2179 di CO_2 e gr. 0,0351 di H_2O
gr. 0,1123 di sostanza diedero 22,2 ccm. di N misurati a 17° e 758 mm.

$C_{12}H_8O_8N_6$	Calc. C: 39,29	;	H: 2,19	; N: 23,07
	Trovato C: 39,84	;	H: 2,68	; N: 22,89

Questo 2,4,6,4', tetranitroidrazobenzolo fonde a 210°, e forma dei cristalli gialli aghiformi poco solubili nei solventi ordinari: si scioglie bene a caldo nell'acetone, nell'acido acetico glaciale e nell'etere acetico. Le sue soluzioni cogli alcali, anche in piccolissima quantità si colorano in scuro intenso (1).

Nelle acque madri della reazione fu riscontrato l'acetone e l'acido cloridrico.

4. *Azione del 1,2,4,-clorodinitrobenzolo sull'acetonazina.* — Quantità equimolecolari di acetonazina e dinitroclorobenzolo sciolti in poco alcool a caldo si fanno bollire a ricadere per due ore. Dopo raffreddamento si sepa-

(1) Tra i derivati nitrici dell'idrazobenzolo questi due nitroderivati da me preparati completano la lacuna esistente tra il trinitroidrazobenzolo (A *190*, 132; *253*, 2; J. p. Ch. [2], *37*, 346; questi Rendiconti, vol. XV, 2°, 240) e l'esanitroidrazobenzolo recentemente preparato da E. Grandmougin e Lecman (B *39*, 4384).

rano dei cristalli gialli aghiformi del dinitrofenilidrazone dell'acetone fondenti a 128° come hanno trovato Curtius e Dedichen (1). E. Fischer, che ha preparato questo nitroidrazone per nitrazione del fenilidrazone dell'acetone, trova 127° (2), Purgotti trova 117°. Per identificarlo l'ho fatto bollire con acido cloridrico concentrato, col che si rimette in libertà acetone che distilla, mentre rimane in soluzione il cloridrato della dinitrofenilidrazina. Per aggiunta di benzaldeide si ha immediatamente la formazione del dinitrofenilidrazone dell'aldeide benzoica riconosciuto col suo punto di fusione 203-204° (3).

Nelle acque madri della reazione si riscontra acetone ed acido cloridrico.

5. *Azione del 1, 2, 4-clorodinitrobenzolo sulla benzalazina.* — Quantità equimolecolari delle due sostanze sciolte a caldo in poco alcool si fanno bollire a ricadere per sei ore. Per raffreddamento ed in parte anche durante l'ebollizione si separano dei cristalli aghiformi giallo arancio del dinitrofenilidrazone dell'aldeide benzoica fondente a 203-204° (3).

Per distillazione in corrente di vapore delle acque madri della reazione si ha benzaldeide, mentre nelle acque madri stesse si riconosce facilmente l'acido cloridrico.

6 *Azione del 1, 2, 4, - clorodinitrobenzolo sulla benzilidenanilina.* — Soluzioni alcooliche equimolecolari concentrate delle due sostanze si fanno bollire a ricadere per due ore. Il miscuglio si colora in rosso, e per raffreddamento si separa una polvere cristallina rossa che fu ricristallizzata dall'alcool. Fonde a 156° ed alla analisi dà dei numeri richiesti dalla 2,4-dinitrodifenilamina

gr. 0,1476 di sostanza diedero gr. 0,2998 di CO_2 e gr. 0,0506 di H_2O

$C_6H_5NHC_6H_3(NO_2)_2$	Calc.	C: 55,59 ;	H: 3,47
	Trovato	C: 55,39 ;	H: 3,80

Nelle acque madri della reazione si riscontrano agevolmente l'aldeide benzoica e l'acido cloridrico.

Tutte le reazioni descritte nella parte sperimentale avvengono con buonissimo rendimento, e tutte queste sostanze polinitrate diventano quindi più facilmente preparabili. Mi riservo perciò di fare su di esse uno studio più dettagliato.

(1) Journal f. practische Chemie *50*, [2], 266.
(2) Annalen *253*, 58.
(3) Gazzetta, 24, 1°, 569.

Chimica. — *Decomposizione elettrolitica di acidi organici bicarbossilici. Acido suberico.* Nota del dott. B. L. Vanzetti [1], presentata dal Socio G. Koerner.

Analisi dell'olio separato nella elettrolisi del suberato bipotassico. — La parte insolubile in acqua, dopo essiccamento accurato venne sottoposta a riscaldamento graduale in bagno ad olio e solo quando fu raggiunta la temperatura di 180° incominciò a distillare qualche goccia di prodotto, mentre il termometro che si teneva immerso nel vapore saliva improvvisamente sopra 150°. Questo sarebbe stato sufficiente per escludere la presenza degli idrocarburi cercati; in ogni modo la loro assenza fu accertata più tardi nella separazione sistematica dei prodotti della reazione.

Essendosi osservato nel prodotto della elettrolisi una spiccata azione riducente sul liquido alcalino di Fehling e sulla soluzione ammoniacale di argento, si sperimentarono tutti i mezzi per riuscire alla separazione di composti e funzione aldeidica, la cui presenza si poteva prevedere per una serie di azioni secondarie di riduzione, o, più verosimilmente, di ossidazione, sui prodotti della elettrolisi stessa. Il bisolfito alcalino separò infatti una sostanza oleosa, insolubile nell'acqua e nei carbonati alcalini, che conservava in alto grado la proprietà di ridurre la soluzione ramica e facilmente si resinificava per riscaldamento con alcali caustici. Questa venne naturalmente messa in disparte e studiata a sè.

Un tentativo di distillazione frazionata a pressione ridotta (10 mm.) eseguito sull'olio in questione, dopo il trattamento con bisolfito, dimostrò subito che la sua composizione doveva essere delle più complesse, perchè la temperatura del vapore in distillazione continuava a salire, indicando così che le varie frazioni separate a piccoli intervalli dovevano avere una composizione diversa. Tutte le frazioni mostravano, oltre ad un odore etereo penetrante, una azione riducente energica ed immediata sulla soluzione diluita di permanganato potassico, come è caratteristica di composti non saturi.

Le prime frazioni, che avevano odore etereo più spiccato, furono sottoposte a saponificazione mediante potassa. Si ottenne così qualche cm^3 di un olio facilmente distillabile con vapor d'acqua, che alle proprietà fisiche e chimiche lasciava subito riconoscere la sua natura di alcole non saturo. La composizione centesimale trovata in base ai risultati analitici lo fa ritenere come *alcole essilenico*:

	Trovato	Calcolato per $C_6H_{12}O$
C	71.66 - 71.70	72.00
H	12.27 - 12.22	12.00

[1] V. questi Rendiconti pag. 79.

Il punto di ebullizione di questo prodotto si trova entro limiti di qualche grado, al di sotto di 160°. Probabilmente esso non è un prodotto del tutto unico, ma costituito da una mescolanza di isomeri, la cui diversità è data, verosimilmente, dalla differenza nel posto della doppia legatura.

Il suo peso specifico è 0,859 a 20 °/ 0°, il che fa escludere che si possa trattare di alcoli a catena aliciclica, chè il peso specifico di tali composti è più elevato e spesso superiore a 0.9. Non si poteva pensare ad una separazione degli isomeri eventualmente presenti, per la quantità relativamente piccola del prodotto.

La neutralizzazione del liquido proveniente dalla saponificazione, mediante H_2SO_4 dil., dopo allontanati gli alcoli, diede un olio acido volatile anch'esso con vapor d'acqua, ma più difficilmente, la cui composizione corrisponde a quella di un *acido non saturo* a 7 atomi di carbonio rispondente alla formola $C_7H_{12}O_2$:

	Trovato		Calcolato per $C_7H_{12}O_2$
C	64.94	64.92	65.62
H	9.80	9.55	9.38

I principali caratteri fisici e chimici di questa sostanza corrispondono infatti pienamente a quelli di un acido non saturo; anche qui però si può intuire la presenza di isomeri per differenza di posto nella doppia legatura.

Facilmente si potè accertare che questo acido entra nella composizione del *sapone* separato dal liquido elettrolizzato: quel sapone non è infatti altro che il suo sale di potassio.

Meno facile e molto più laboriosa riuscì la separazione dall'*olio* di un'altra sostanza pochissimo solubile in acqua, solubile in etere e dotata anch'essa di odore etereo. Sospesa in acqua reagiva neutra al tornasole; non si discioglieva nei carbonati alcalini, anzi l'aggiunta di questi sali alla sua soluzione acquosa provocava nel liquido un intorbidamento e la separazione pressochè completa.

All'analisi diede gli stessi risultati che l'acido non saturo sopra descritto, conducendo pure alla formola $C_7H_{12}O_2$.

Ed ecco i risultati analitici ottenuti:

	Trovato		Calcolato per $C_7H_{12}O_2$
C	65.21	65.06	65.62
H	9.48	9.53	9.38

Questa sostanza, pure essendo neutra ed insolubile nei carbonati alcalini, si discioglie formando un sale di bario quando venga bollita con una soluzione di idrato baritico; da questo sale si separa poi, per azione degli acidi minerali, un nuovo composto, che ha tutti i caratteri di un vero acido. È solubilissimo in acqua, è solubile in alcool ed in etere; decompone con

forte effervescenza i carbonati alcalini. Dalla soluzione del sale sodico precipita facilmente, con $AgNO_3$, il sale d'argento, che non si può ottenere cristallizzato senza che subisca una parziale decomposizione. Più facilmente invece si ha allo stato di purezza, in polvere cristallina dall'alcole assoluto, il sale di Bario. All'analisi diede:

	Trovato %	Calcolato per $(C_7H_{13}O_3)_2Ba$
Ba	31.91	32.15

Lasciato a sè, dopo qualche tempo e specialmente se posto sopra essiccatore, l'acido si trasforma di nuovo nel prodotto neutro primitivo insolubile nei carbonati alcalini. Evidentemente si tratta del *lattone* di un ossiacido $C_7H_{14}O_3$, la cui formazione si può del resto pienamente giustificare.

Un'altra particolarità svela la natura lattonica di questo prodotto, ed è il comportamento della sua soluzione acquosa satura a 0°, la quale riscaldata a 25-30° diventa lattiginosa, per riacquistare però limpidità ad una temperatura vicina a 80°. Il suo peso specifico è un poco dissimile da quello dell'acqua, perchè a lungo andare il liquido lattiginoso perde la sua opalescenza ed il lattone si porta alla superficie.

La porzione di olio separata mediante il bisolfito alcalino risultò costituita da composti a funzione aldeidica, dai quali però non fu possibile separare un individuo nettamente caratterizzato.

Il *liquido alcalino acquoso* proveniente dalla elettrolisi, dopo separato l'olio sopradescritto, fu trattato con acido cloridrico diluito per liberare gli acidi organici esistenti sotto forma di sale. A questa operazione si fece precedere una estrazione con etere la quale diede solo tracce di un olio in tutto simile a quello separato prima ed analizzato.

L'acido cloridrico precipitò frazionatamente:

1) Una piccola quantità di *sapone* (prima che la neutralizzazione fosse raggiunta).

2) Un poco di *acido suberico.*

3) *Acidi non saturi oleosi* insieme ad altro acido suberico.

4) Una miscela di *acidi solubilissimi* in acqua ed estraibili con etere dalla soluzione salina.

Il sapone è eguale a quello prima descritto.

L'acido suberico così riottenuto rappresenta il prodotto non attaccato dalla corrente; è in quantità piccola, e ciò deriva certo dal fatto che, anche dopo incominciata la formazione di acidi monobasici per la sua decomposizione, esso è sempre quello che si incarica, per così dire, di condurre la maggior quantità di corrente ed è perciò soggetto in alto grado alle azioni di decomposizione anodica. Infatti, se si fa passare la corrente nel liquido da elettrolizzare fino a che la conducibilità è quasi scomparsa, si osserva

che nel liquido non rimane quasi più traccia di acido suberico, mentre acidi monocarbossilici si sono formati. In altre parole il valore della conducibilità di quella soluzione dipende essenzialmente dalla presenza dell'acido suberico.

Gli acidi non saturi oleosi separati sotto 3) sono della stessa natura di quelli che furono già trovati allo stato di etere nell'olio sovranuotante al liquido elettrolizzato. Si può inoltre facilmente accertare nella miscela la preponderanza dell'acido eptilenico.

Uno dei prodotti più interessanti della decomposizione è certamente la miscela acida solubile separata da ultimo. Questo, che non è un prodotto unico, ma evidentemente una mescolanza di vari termini, contiene disciolto ancora un poco di acido suberico, che va lentamente cristallizzando, ma è prevalentemente formato da ossiacidi e contiene verosimilmente anche degli acidi a funzione chetonica ed aldeidica.

Una gran parte di questa sostanza, lasciata all'aria, diventa insolubile in acqua, rimane però la sua solubilità nell'etere e, ciò che è più curioso, si discioglie nelle soluzioni anche concentratissime di carbonato sodico, senza dare la minima effervescenza (purchè si allontani prima il poco acido suberico separatosi). Gli acidi minerali la separano, a quanto pare inalterata, dalla soluzione nel carbonato alcalino; riduce la soluzione di Fehling e quella ammoniacale di argento. Di questo prodotto insolubile, che ha un peso specifico maggiore di 1 e che si deve probabilmente considerare come un prodotto di condensazione degli acidi solubili, mi occupo presentemente e spero di poter presto concludere qualche cosa di preciso sulla sua natura.

* * *

Cerchiamo ora di renderci conto della formazione delle sostanze separate analiticamente, tra i prodotti della decomposizione elettrolitica del suberato potassico.

La loro formazione si può spiegare con una serie di reazioni secondarie (in massima ossidazioni), che hanno spesso tra di loro un legame genetico.

Per l'alcool a 6 atomi di carbonio si potrebbe ammettere che l'anione suberico perda contemporaneamente i due COO all'atto della scarica e lasci libero il residuo bivalente $\cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot$ il quale, analogamente a quanto avviene per il residuo tetracarbonico dell'acido adipico, tenderebbe a formare l'idrocarburo non saturo $CH_2 : CH \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_3$ o un suo isomero a catena normale aperta; però prima che ciò avvenga si fisserebbe dell'ossigeno al residuo instabile, dando luogo a formazione di aldeide, o di alcool non saturo:

$$\cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot \longrightarrow \begin{matrix} CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CHO\,, \\ CH_2 : CH \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot OH\,. \end{matrix}$$

È più probabile però che si abbia invece da prima la separazione di un solo COO, e conseguente azione dell'ossigeno anodico, con formazione di acido non saturo:

$$2\,HOOC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot} \longrightarrow 2\,HOOC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}$$
$$+\ O = 2\,HOOC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH{:}CH_2 + H_2O,$$

dal quale può trarre origine per addizione di acqua, l'ossiacido saturo corrispondente:

$$-CH{:}CH_2 + H{\cdot}OH = -CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}OH.$$

D'altra parte ossiacidi possono generarsi anche per azione diretta dell'ossidrile sul residuo dell'anione:

$$HOOC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot} + OH =$$
$$= HOOC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}OH\,.$$

Non è poi da maravigliarsi che gli ossidrili degli ossiacidi formatisi si trovino uniti ad altri atomi di carbonio che non siano gli estremi, perchè si sa che le doppie legature, specialmente in soluzione alcalina ed a caldo, tendono a spostarsi verso il carbossile; così si chiarisce la formazione di composti a natura di lattone, per un semplice processo di eterificazione interna, o anidrificazione, quando si abbia la distanza voluta tra carbossile ed ossidrile; per esempio:

$$HOOC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH(OH){\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_3 \longrightarrow \overset{\overline{\quad O \quad}}{OC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH}{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_3\,,$$

ciò che si può avere del resto anche direttamente dagli acidi non saturi:

$$HOOC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH{:}CH{\cdot}CH_2{\cdot}CH_3 \longrightarrow \overset{\overline{\quad O \quad}}{OC{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH}{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_3\,.$$

Accertata la presenza degli acidi non saturi e degli ossiacidi, riesce più facile spiegare l'origine dell'alcole a 6 atomi di carbonio non saturo e del suo sale etereo, per reazioni analoghe a quelle sopradescritte, sui residui della seconda decomposizione anodica, che si compie su questi nuovi acidi, i quali pure prendono parte al trasporto della elettricità nella cellula p. es.:

$$CH_2{:}CH{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}COO{\cdot} \longrightarrow CH_2{:}CH{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot} + {\cdot}OH =$$
$$= CH_2{:}CH{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}OH,$$

$$CH_2{:}CH{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}COO{\cdot} + {\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH{:}CH_2 =$$
$$= CH_2{:}CH{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}COO{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH_2{\cdot}CH{:}CH_2\,.$$

Come poi, vicino a questi gruppi principali di sostanze si formino anche acidi contenenti il carbonile chetonico o aldeidico, si spiega benissimo, tenendo conto degli ulteriori processi di ossidazione che si possono avverare all'anodo, dove l'ossigeno spiega, come s'è visto, una così energica azione. Certo sarebbe preferibile poter separare i due spazi della cellula; bisogna però notare che la reazione avviene lo stesso in modo a bastanza netto, ed una separazione automatica tra i varî termini si ha, perchè alcuni prodotti della reazione si trasportano rapidamente alla superficie, dove rimangono a galleggiare, sottraendosi così ad ulteriori azioni chimiche.

Abbiamo inoltre accertata l'assenza di idrocarburi di qualsiasi natura. Che nel caso dell'acido suberico tali composti non si possano in alcun modo isolare, almeno in quantità apprezzabile, per variare di concentrazione, di temperatura e di densità di corrente, meraviglia meno, quando si pensi al fatto che all'anodo ci troviamo di fronte a parti di molecola che verosimilmente si muovono con minor vivacità, avendo per la loro maggiore complessità un coefficiente d'attrito maggiore ed essendo quindi costrette a rimanere più lungo tempo in prossimità dell'ossigeno nascente all'anodo ed esposte alla sua azione. D'altra parte noi ammettiamo, in conformità alle vedute moderne sul comportamento degli acidi polibasici in soluzione, che la decomposizione elettrolitica di tali composti sia solo parziale, almeno per una gran parte delle molecole, che si abbiano cioè soprattutto anioni monovalenti, i quali deposta la carica e perduto il COO, assumono un assetto definitivo prima di subire nuova ionizzazione.

È certo che se questo gruppo di reazioni è fondamentale e si delinea in modo netto, altre molte, e talune anche assai complesse, devono aver luogo e per l'unione reciproca dei residui all'anodo e per più complicate ossidazioni. Ciò spiega a sufficienza la difficoltà di procedere ad una separazione dei singoli prodotti per procedere alla loro identificazione.

Riassumo brevemente:

La decomposizione elettrolitica del suberato bipotassico in soluzione concentrata, eseguita in cellula semplice tra elettrodi di platino (densità di corrente 0.5 A., temperatura 45° circa, 12 V.) avviene assai facilmente e rapidamente con forte sviluppo di CO_2, vicino a poco ossigeno e circa 1 % di CO.

Non si formano idrocarburi saturi, o non saturi.

Si hanno in prevalenza prodotti di ossidazione non saturi e tra gli altri si potè constatare la presenza di:

1) Alcoli non saturi a 6 atomi di carbonio.
2) Acidi non saturi a 7 atomi di carbonio.
3) Ossiacidi saturi a 7 atomi di carbonio.
4) Lattoni pure a 7 atomi di carbonio.
5) Composti neutri a funzione aldeidica.
6) Chetoacidi ed aldoacidi.

Anatomia vegetale. — *Su alcune particolarità morfologiche ed anatomiche delle radici di Hedysarum coronarium* L. [1] Nota di G. Severini, presentata dal Socio R. Pirotta.

Le radici dell'*Hedysarum coronarium* L. (volgar. *Sulla*) presentano costantemente, oltre ai noti tubercoli, delle caratteristiche formazioni le quali furono studiate nel 1898 dal prof. G. Mottareale, il quale pubblicò in proposito una Nota nella quale descrisse sommariamente i caratteri morfologici delle formazioni in parola che indicò, con vocabolo abbastanza felice, col nome di « *palette* » [2]. Il prof. Mottareale stesso ivi afferma che il De Candolle notò, fino dal 1825, la presenza di queste palette nelle radici di Sulla. In seguito il dott. Dino Sbrozzi, nella sua monografia sulla coltivazione della Sulla [3], riportò alcuni risultati di sue esperienze eseguite per stabilire la formazione delle palette su terra da orto e su sabbia con o senza concimazione azotata, previa o no sterilizzazione del mezzo, concludendo che le piante provviste di palette sono più vegete e robuste e che le palette stesse si formano indipendentemente dalla sterilizzazione del terreno culturale. Nessuno però si era fino ad ora occupato in modo speciale del valore morfologico e fisiologico di questi organi; ho cercato quindi di studiare l'importante questione e riassumo qui brevemente i risultati delle mie indagini, riserbandomi di pubblicare al più presto lo studio con maggiori particolari, unendovi anche alcune tavole illustrative [4].

Per quanto riguarda i caratteri esteriori delle palette, la loro disposizione, il loro numero, mi limito qui a brevi cenni. Esse si formano sulla radice principale soltanto nelle piante giovanissime; in seguito cadono da esse, e via via si formano nelle radici di ultimo o penultimo ordine. La loro forma è quella di laminette ovali, appiattite, ricordante un po' quella di foglioline di musco: distinguiamo una base, un apice, due facce, due margini. La loro inserzione sulla radice si fa o direttamente per la base o mediante un sottile e quasi impercettibile peduncolo. Va notato però che esse si dispongono in modo che l'asse trasversale che congiunge i due margini è parallelo all'asse della radice: in tal modo le due facce vengono ad essere

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto Botanico di Roma.

(2) G. Mottareale, *Di alcuni organi particolari delle radici tubercolifere dell'Hedysarum coronarium in relazione al Bacillus radicicola e alla Phytomyxa leguminosarum.* Nota prev. Atti del R. Ist. d'incoraggiamento di Napoli. Serie 4ª, vol. II, n. 4, 1898.

(3) Dino Strozzi, *La Sulla.* Bibliol. Agr. Ottavi, vol. XIX, 1902.

(4) Il lavoro verrà pubblicato negli *Annali di Botanica* del prof. Pirotta.

laterali e i due margini uno superiore ed uno inferiore. Una delle facce è costantemente ricoperta da un fitto intreccio di peli assorbenti: l'altra è liscia oppure munita di brevissime e rare papille. La simmetria è bilaterale. Il loro numero è variabilissimo specialmente in rapporto colla natura del terreno. In piantine di 2-3 mesi, coltivate in vasi di sabbia, ne ho contate da 40 a 60 per ciascuna; in piante di 2 anni, coltivate in terreno ordinario, oltrepassano spesso il centinaio.

Le palette, come le radici normali secondarie, traggono origine dal periciclo della radice sulla quale s'inseriscono e precisamente di contro ad una delle lamine vascolari. Osservate in sezione trasversale e procedendo dall'esterno verso l'interno, ci presentano: 1° un' *epidermide* la quale in una delle facce ha numerosissime cellule che si estroflettono formando dei lunghi peli che si mantengono semplici ed unicellulari; 2° un *cilindro corticale* bene sviluppato, con lo strato più interno di cellule presentante i caratteri di endodermide: è questo il tessuto che essenzialmente si modifica originando la caratteristica forma della paletta; 3° un *cilindro centrale* con periciclo, con fasci semplici a cordoni cribrosi e lamine vascolari alternanti fra loro. La paletta è ordinariamente diarca, raramente triarca.

La paletta possiede poi un apice vegetativo protetto da una caliptra formata da cellule piuttosto grandi e facilmente dissociabili. Al disotto dell'epidermide della faccia munita di peli troviamo uno strato di piccole cellule strettamente addossate le une alle altre, il quale si presta molto bene a rinforzare l'epidermide e a proteggere le parti sottostanti. Il cilindro centrale trovasi costantemente spostato verso il fianco fornito di peli e soltanto due o tre strati di cellule lo separano dall'epidermide, mentre sull'altro fianco, come pure sopra e sotto al fascio, le cellule del parenchima corticale aumentano di numero e, per la maggior parte, notevolmente in volume, così da determinare con la loro massa la curiosa forma laminare della paletta.

Per quanto riguarda la calcificazione delle palette ho potuto stabilire che il fenomeno è intracellulare, poichè la precipitazione del carbonato di calcio avviene esclusivamente entro le cellule del parenchima nella metà senza fascio e precisamente dentro il citoplasma ancor vivo, il quale però subisce contemporaneamente una specie di degenerazione pectica, come lo dimostra l'avidità con cui fissa l'ematossilina, e, sebbene assai debolmente, anche il rosso di rutenio. La calcificazione comincia presto: già in palette assai giovani osserviamo qua e là nel cilindro corticale delle cellule contenenti piccoli ammassi di carbonato di calcio, dalle quali, con trattamento di acido cloridrico, solforico o acetico diluiti, si svolgono numerosissime bollicine di anidride carbonica. Quando le palette hanno raggiunto il loro massimo sviluppo, la calcificazione si è estesa in quasi tutto il parenchima, i soli tessuti meristemali dell'apice essendo rispettati. Il calcare si deposita in masse amorfe, le quali vanno sempre più aumentando di volume, fino ad occupare

a poco a poco quasi tutta la cavità cellulare. A questo punto la paletta cessa di funzionare e quando è completamente calcificata, si distacca dalla radice e va a costituire nel terreno le caratteristiche impronte bianche ben note ai coltivatori di Sulla.

Da esperienze di coltura di Sulla da me fatte per osservare l'influenza del mezzo sia nella produzione quantitativa delle palette, sia sulla loro calcificazione è risultato: I. Le palette si formano sempre, indipendentemente dalla natura del terreno; non ho potuto stabilire la loro formazione su culture acquose, poichè, pure esperimentando diverse formule, la Sulla pare si rifiuti alla vegetazione in mezzi liquidi. II. In sabbia calcarea ho trovato sempre radici con maggior numero di palette che non in vasi con terra da giardino, argilla, ecc.; nella sabbia poi anche le dimensioni, specialmente longitudinali, raggiungono il loro massimo. III. Esaminando piante di Sulla coltivate da circa tre mesi su creta, sabbia del Tevere e sabbia quarzosa (1), trovai che nel primo caso le palette erano in completa calcificazione, tanto da distaccarsi colla massima facilità dalla pianta, negli altri due casi invece non presentavano caratteri esteriori di degenerazione calcarea, e soltanto all'esame microscopico osservai poche cellule contenenti minuscoli ammassi di calcare. Il prof. Sestini (2), analizzando le efflorescenze biancastre che si riscontrano nei terreni coltivati a Sulla, e dovute appunto ai residui delle palette, le trovò composte di carbonato di calcio, di magnesio e ammonio, di fosfati, tracce di cloruri e solfati, con piccole quantità di sali di ferro. Il citato Autore spiegò poi la calcificazione ammettendo che il carbonato ammonico prodotto dalla putrefazione delle sostanze organiche, appena si forma, rimanga disciolto nell'acqua che bagna il terreno e incontrando i sali solubili produca carbonato neutro di calce, carbonato doppio di magnesio e di ammonio, intanto che il solfato di calce si precipita insieme con piccole quantità di ossido di ferro (3). Ma questa ipotesi non può reggere perchè le ricerche suaccennate del Sestini si limitano ai soli resti di palette già distaccate dalla pianta e disseminati nel terreno, mentre, come già ho accennato, il fenomeno della calcificazione si comincia a produrre ben presto e, indipendentemente da qualsiasi decomposizione organica, ha la sua sede in seno al citoplasma vivo. Infatti le palette si presentano in egual numero,

(1) In base ad analisi fatte e gentilmente favoritemi dal dott. E. Pantanelli, la sabbia del Tevere (Ponte Milvio) conteneva: umidità gr. 1,676 %, humus 12,519 %, argilla 3,719 %, sabbia 70,76 %, *calce* 22,59 %. La sabbia quarzosa (Lago di Marino): umidità 0,2479 %, humus 0,6431 %, argilla 0,8714 %, sabbia 98,35 %, *calce* tracce. La creta conteneva: umidità 4,842 %, humus 3,390 %, argilla 66,09 %, sabbia 0, *calce* 30 %.

(2) F. Sestini, *Studi e ricerche istituite nel Lab. di Chim. agr. della R. Università di Pisa*, 1897, pag. 82.

(3) F. Sestini, op. cit., pag. 87.

dimensioni e grado di calcificazione nei terreni sterilizzati come nei terreni non sterilizzati, e la loro formazione è indipendente tanto dall'azione di microrganismi, come dalla presenza o meno di tubercoli radicali.

Le palette sono organi normali della Sulla e precisamente radici laterali metamorfosate per compiere qualche ufficio speciale oltre quello dell'assorbimento, proprio di qualsiasi radice, cui esse anzi adempiono con più attività che le radici non trasformate in palette, come dimostra lo scarso sviluppo di peli esili e molto corti sulle radici normali, in confronto ad altre piante ed alla quantità di peli che coprono l'un fianco della paletta. L'altro ufficio speciale alle palette è molto probabilmente quello di tessuto acquifero. Infatti gli elementi del parenchima corticale, che come volume costituiscono la quasi totalità della paletta, sono più grandi di quelli del parenchima corticale delle radici di eguale ordine, hanno pareti assai sottili e fortemente tese, così che se si toglie a queste cellule la turgescenza, le pareti si afflosciano e si pieghettano, mentre il volume della cellula diminuisce assai, fatti che si osservano comunemente nei tessuti acquiferi. La rilevante tensione elastica di queste cellule è in relazione con l'elevata pressione di turgore del loro succo, la quale fa equilibrio alla pressione osmotica di una soluzione 0.8 mol. di nitrato di potassio. Ciò dimostra che il loro succo è concentrato, e infatti contiene anche molto zucchero riduttore. Tutti questi fatti provano che il parenchima della metà senza fascio e senza peli funziona precipuamente da tessuto acquifero, funzione in esso normale in qualunque sorta di terreno, mentre la calcificazione è una vera degenerazione che conduce le palette a morte prematura, come lo dimostra il maggiore sviluppo che esse raggiungono in quei terreni in cui non accade la calcificazione.

Il loro principale ufficio è quindi indubbiamente quello di piccoli serbatoi acquiferi: e se si considera che il sistema radicale di una sola pianta è provvisto di una quantità innumerevole di palette, si comprende facilmente che esse, col loro insieme, sono in grado di mantenere una quantità non trascurabile di acqua a disposizione della pianta. Tutte queste condizioni servono molto bene a spiegare la enorme resistenza che la Sulla oppone alla siccità, tanto da farla ritenere la più utile e la più adatta foraggera pei climi caldi ed asciutti. Siccome poi nel parenchima corticale delle radici dello stesso ordine ed età delle palette, anche in prossimità di queste, non si ha mai il minimo accenno a precipitazione di calcare nel protoplasma, così le palette funzionano anche come serbatoi escretizii, specie di glandole a secrezione interna per la calce, elemento notoriamente poco gradito per la Sulla.

Zoologia. — *Contrazioni ritmiche antiperistaltiche nell'intestino terminale di larve di Discoglossus pictus* (1). Nota di Luigi Sanzo, presentata dal Socio B. Grassi.

I.

Nella parte terminale dell'intestino di larve di Discoglossus pictus, che verrò a precisare morfologicamente nel lavoro per esteso, quando avrò espletato le mie indagini in proposito, esiste una regione sacciforme, estendentesi dalla zona *ab* (fig. I) in avanti, la quale si mostra sede di ritmiche contrazioni anulari che progrediscono in avanti antiperistalticamente e si continuano, per un tratto più o meno lungo, nel tubo intestinale che le fa seguito.

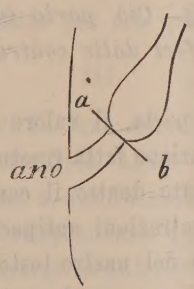


Fig. 1.

Tali contrazioni appaiono nelle larve pochi giorni dopo la schiusa delle uova, e si compiono a periodi fra i quali intercede uno stadio di riposo di varia durata. Il numero delle contrazioni oscilla fra 5 e 12 al minuto primo; e, poichè la velocità di propagazione di ciascuna di esse è assai lieve, così capita spesso che un'onda di contrazione non ha ancora compiuto il percorso della borsa che un'altra ne è già insorta; non raramente tocca di cogliere nello stesso momento, anche tre onde di contrazioni, le quali si susseguono l'una all'altra presso a poco con la stessa velocità.

La borsa è inoltre sede di altri movimenti che non si compiono però ritmicamente: sono movimenti di allungamento e di accorciamento accertabili quasi sempre nei momenti in cui del materiale fecale viene immesso nella borsa o dalla borsa viene espulso fuori, e connessi con movimenti ca-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparate della R. Università di Palermo).

ratteristici di tutto il pacchetto intestinale. Questi movimenti del pacchetto intestinale, il cui minuto esame non entra nell'obbietto della presente Nota, sono movimenti di avvolgimento e svolgimento a spirale, che si rendono visibili assai precocemente nello sviluppo della larva e contemporaneamente a quelli antiperistaltici della borsa, e si compiono ritmicamente (da *3* a *5* al minuto primo) ed a periodi. Ora l'accorciamento e l'allungamento della borsa sono determinati dallo svolgersi e dall'avvolgersi della spirale quando questi movimenti riescano a propagarsi fino alla borsa stessa, il che non accade che irregolarmente e quando cioè del materiale fecale si vede in prossimità di essa, o nella borsa, o nel breve tratto che da questa porta all'ano.

L'espulsione del materiale fecale si compie nei momenti in cui le contrazioni antiperistaltiche s'interrompono, e sono visibili i movimenti a spirale del pacchetto intestinale con quelli di accorciamento e di allungamento della borsa da essi prodotti; d'altra parte il materiale fecale che è stato spinto nella borsa non prosegue più oltre se si interrompono quelli a spirale e si riattivano quelli antiperistaltici. *Ciò parla in favore della indipendenza diretta della emissione delle feci dalle contrazioni antiperistaltiche della borsa.*

Per intendere, almeno in parte, il valore funzionale delle contrazioni antiperistaltiche varrà l'osservazione fatta ripetute volte che un nastro fecale fuoriuscente dall'ano, viene ritirato dentro il canale intestinale se, durante lo svolgimento della spirale, le contrazioni antiperistaltiche della borsa vengono meno; ma si arresta il regresso del nastro tosto che ripigliano le contrazioni antiperistaltiche, le quali hanno presa sul nastro stesso sì da determinarvi, certe volte, sotto forma di solchi anulari, l'impronta della propria azione. *Le contrazioni antiperistaltiche, adunque, giovano, con ogni probabilità, ad impedire il regresso del materiale fecale che sarebbe causato dalle escursioni di svolgimento piuttosto ampie della spirale, e ne assicurano il naturale percorso.*

II.

Le onde antiperistaltiche hanno origine da una determinata zona ab (fig. I) *posta all'estremo posteriore della borsa.* Ciò è dimostrato dai seguenti fatti:

in condizioni normali della larva, le onde si vedono partire dalla regione posteriore dell'ampolla;

se si praticano dei tagli trasversali a vario livello del breve tratto intestinale che va dall'ano alla zona *ab*, le pulsazioni della borsa continuano;

se il taglio cade in corrispondenza della zona *ab*, le contrazioni si estinguono;

se il taglio cade in avanti della zona *ab*, le contrazioni si avverano solo pel tratto posteriore al taglio;

se per la via anale si introduce delicatamente una sottilissima listarella di carta bibula inzuppata di cloroformio, solo quando si sia raggiunta la zona *ab*, cessano i movimenti antiperistaltici della borsa. — Non voglio tralasciare di riferire, sebbene non si connetta al piano del lavoro, un fenomeno assai interessante che, in questo caso, mi è occorso di constatare ripetute volte. Se l'azione del cloroformio non è riuscita molto forte, cessano è vero le contrazioni antiperistaltiche, ma si vedono invece apparire, dalla parte anteriore della borsa, delle contrazioni anulari le quali proseguono peristalticamente verso la parte posteriore; esse però, fatta cessare l'azione del cloroformio, si vanno mano mano attenuando nel tempo stesso che si risvegliano quelle antiperistaltiche, e si esauriscono per dar luogo a queste. In qualche caso si possono osservare le due opposte onde progredire l'una incontro all'altra, interferire ed annullarsi o proseguire ciascuna per la propria via. Intorno al meccanismo ed al valore della comparsa di cosiffatte contrazioni peristaltiche non posso arrischiare per ora qualsiasi giudizio.

III.

Miogenia o neurogenia? In una larvetta appena schiusa dall'uovo, quando cioè non si è ancora avverato alcun differenziamento istologico nel tessuto nervoso nè tanto meno è dimostrabile alcuna immigrazione di elementi nervosi, si taglia, in corrispondenza della regione anale, un piccolo lembo, e si innesta, per assicurarne la nutrizione e lo sviluppo, lungo il margine dorsale della coda di un girino di un mese. Sette giorni dopo si notavano ben differenziati il canale che dall'ano va alla borsa, e la borsa stessa, la quale non si trovava però nella posizione normale, ma veniva a fuoriuscire dall'ano come se avesse subìto uno svaginamento. Essa mostrava le sue caratteristiche contrazioni anulari invertite rispetto al senso della propagazione, per l'inversione subìta collo svaginamento. Il numero delle contrazioni e l'epoca della comparsa coincisero con quelli di borse in condizioni normali. Si conservano ancora, a due mesi quasi dall'innesto, e sono visibili anche ad occhio nudo. Poichè l'innesto fu eseguito in uno stadio in cui con ogni probabilità non è ancora avvenuta immigrazione di elementi nervosi, poichè l'innesto fu fatto in sede anomala e viene esclusa perciò la possibilità di connessioni nervose normali fra il portainnesto e la borsa stessa, così le contrazioni antiperistaltiche esaminate sono, con ogni verisimiglianza, di natura miogena. E si aggiunga che lo sviluppo autonomo ed inoltrato della borsa permetterá di riconfermare coll'esame istologico se al momento dell'innesto fosse o no nel lembo già avvenuta immigrazione di elementi nervosi.

E. M.